

3 Univerzální stroj

1.

Ačkoli to byl Hilbert, kdo se jako první pokoušel vyřešit *Entscheidungsproblem*, problémem rozhodnutelnosti se už ve třináctém století zabýval středověký myslitel Raimundus Lullus (1232–1316). Uvažoval tehdy o obecné metodě pro řešení problémů, kterou nazýval *ars magna*. Leibniz rozvedl Lullovy myšlenky jednak požadavkem na ustavení symbolického jazyka (*characteristica universalis*), pomocí něž by bylo možno řešit problémy, a také zavedením rozdílu „mezi dvěma verzemi *ars magna*. První verze, *ars inveniendi*, nachází všechna pravdivá vědecká tvrzení. Druhá verze, *ars iudicandi*, umožňuje rozhodnout, zda je dané vědecké tvrzení pravdivé, nebo nikoli.¹ Problém rozhodnutelnosti, jak jej vyjádřil Hilbert, spadá pod *ars iudicandi* a „může být zúžen na jednoznačně zodpověditelnou otázku: existuje algoritmus, který by rozhodl o platnosti jakékoli výroky prvního řádu?“²

Než budeme pokračovat, učinme malou odbočku o slově „algoritmus“. Má zajímavou historii. Slovník *American Heritage Dictionary* definuje algoritmus jako „postup při řešení problémů, obzvláště zavedený a opakovatelný výpočetní postup s konečným počtem kroků pro řešení nějakého problému.“³ Slovo „algoritmus“ je odvozeno od jména perského matematika Muhammada Ibn Músá al-Chórezmiho, jenž okolo roku 825 napsal důležitý matematický text *Kitab al-jabr wa'l-muqabala*. (Od spojení *al-jabr* je zase odvozeno slovo „algebra“.)⁴ Jako

příklad algoritmu uvádí Roger Penrose Eukleidův algoritmus, metodu pro nalezení nejvyššího společného dělitele dvou čísel. Tento algoritmus spočívá v tom, že se vezmou dvě čísla – například 4 782 a 1 365. Jaké je nejvyšší celé číslo, kterým je možné beze zbytku dělit obě tato čísla? Abychom to zjistili, je třeba nejprve vydělit vyšší z obou čísel číslem nižším.

$$4782 : 1365 = 3 \text{ se zbytkem } 687$$

Nyní se vydělí nižší z obou čísel – 1365 – zbytkem 687.

$$1365 : 687 = 1 \text{ se zbytkem } 678$$

Pokračujeme stejným způsobem a dostaneme:

$$687 : 678 = 1 \text{ se zbytkem } 9$$

$$678 : 9 = 75 \text{ se zbytkem } 3$$

$$9 : 3 = 3 \text{ se zbytkem } 0.$$

Číslo 3 je tedy nejvyšším společným dělitelem obou čísel.

Některé algoritmy jsou samozřejmě mnohem složitější, jiné naopak mnohem jednodušší. Například sčítání pomocí prstů na ruce vyžaduje jednoduchý algoritmus a totéž platí pro test, zda je dané číslo prvočíslem. Každý algoritmus může být realizován nekonečně mnoha konkrétními způsoby, protože také „vstupních“ čísel je nekonečný počet. Důležité je, že algoritmický postup je *systematický*, to znamená, že musí dojít k výsledku v konečném čase a pomocí konečného počtu kroků. *Entscheidungsproblem* mohl být popsán jako snaha o nalezení určitého „ur-algoritmu“, pomocí něž by bylo možno určit platnost nebo dokazatelnost jakéhokoli výroku. To byl velký požadavek a Hilbert sám prohlásil, že jde o „hlavní problém matematické logiky“.⁵

Ve svých *Grundzüge der theoretischen Logik* (Základy teoretické logiky) napsaných společně s Wilhelmem Ackerman-

nem a publikovaných v roce 1928 Hilbert formuloval svou vlastní verzi problému rozhodnutelnosti. Kapitola nazvaná „Entscheidungsproblem“ začíná takto: „Z úvah v předchozím oddíle vyplývá zásadní důležitost rozhodnutí, zda je daná formule predikátového kalkulu univerzálně platná, či nikoli.“^{6,7} Vezměme si například Goldbachovu hypotézu. Mohl by nějaký algoritmus stanovit její univerzální platnost (nebo neplatnost), její dokazatelnost (nebo nedokazatelnost)? „Takový algoritmus samozřejmě neexistuje,“ napsal vždy skeptický Hardy, „a to je velké štěstí, protože kdyby existoval, měli bychom řadu mechanických pravidel pro řešení všech matematických problémů a jako matematikové bychom byli zbyteční.“^{8,9} Pozitivní výsledek by nepochybně působil proti (pro některé jedince) deprimujícímu účinku Gödelova pojednání, protože takový výsledek by znamenal vyplnění Leibnizovy idealistické představy o *calculus ratiocinator*. Navíc takový výsledek nebyl považován za nemyslitelný. V roce 1931 matematik Jacques Herbrand (1908–1931) napsal: „Ačkoli se v současné době zdá, že problém rozhodnutelnosti nelze vyřešit, nebylo zatím dokázáno, že je to nemožné.“¹⁰ Jeho řešení by matematikům dokonce dovolovalo odsunout Gödelovy výsledky stranou jako jakousi logickou úchytku, cosi na způsob paradoxu lháře. Vidíme tu rozdělení, které je téměř politické – jedna strana vidí jako vítězství to, čeho se druhá strana obává jako kolapsu veškerého matematického úsilí.

Turing by patrně nepatřil ani k jedné z těchto stran. Jeho izolovanost (nemluvě o jeho homosexualitě) byla příčinou neochoty identifikovat se s nějakou větší skupinou. I přes svůj vášnivý (a pragmatický) odpor k válce se během politicky rušných let, která strávil v Cambridge, nepřidal k žádné politické skupině. *Entscheidungsproblem* bral prostě jako otázku, která vyžaduje řešení. Možná právě proto, že k tomuto problému nepřistupoval s nadějí na kladný nebo záporný výsledek, byl schopen jej pojmout zcela novým způsobem.

Poprvé se s problémem rozhodnutelnosti Turing setkal v roce 1934, když se zúčastnil cyklu přednášek profesora M. H. A. „Maxe“ Newmana o základech matematiky. Newman (1897–1984) byl představitelem odvětví matematiky zvaného topologie, která se zabývá formalizací takových koncepcí, jako je souvislost, konvergence a spojitost, a také vlastnostmi geometrických útvarů, které se nemění při spojitých transformacích. Topologie je postavena na teorii množin, která směřuje k otázce, kterou Hilbert položil na konferenci v Boloni v roce 1928. Přestože Gödelův článek z roku 1931 prokázal, že axiomatický systém *PM* byl buď neúplný, nebo vnitřně sporný, *Entscheidungsproblem*, jenž Newman charakterizoval jako hledání „mechanického postupu“ pro testování platnosti určitého výroku, zůstával nevyřešen. Ve svých pamětech, které napsal po Turingově smrti, shrnul Newman situaci v okamžiku, kdy se Turing rozhodl zhodit se Hilbertovy poslední výzvy:

Cílem Hilbertova programu v otázce rozhodnutelnosti bylo ve dvacátých a třicátých letech nalezení obecného postupu aplikovatelného na jakýkoli matematický výrok vyjádřený zcela symbolickou formou, který by dokázal rozhodnout, zda je daný výrok pravdivý, či nikoli. První ránu těmto vyhlídkám na nalezení nového kamene mudrců zasadil Gödel svou větou o neúplnosti (1931), která jasně ukázala, že v žádném dostatečně bohatém logickém systému se pravdivost nebo nepravdivost A nerovná dokazatelnosti A nebo negace A . Stále tu však zůstávala možnost nalezení mechanického postupu pro rozhodnutí, zda je v daném systému formálně dokazatelné A , nebo negace A , nebo ani jedno z nich. Mnozí byli přesvědčeni, že žádný takový postup není možný, ale až Turing se rozhodl tuto nemožnost demonstrovat přesně a názorně.¹¹

V létě po svém zvolení členem King's College běhal Turing v Cambridge a okolí dlouhé tratě. Jeho přítel Robin Gandy později napsal: „Vzpomínám si, že mi Turing řekl, že ho hlavní myšlenka celého pojednání napadla, když ležel v trávě v Grantchester Meadows.“ Gandy spekuloval o tom, že Turing tou dobou „už přišel na určitou formu Turingova stroje, a že to, co měl na mysli slovy ‚hlavní myšlenka‘, bylo poznání, že může existovat univerzální stroj, který by umožňoval aplikovat diagonální metodu.“¹² O něco později se Turing o tuto myšlenku podělil s přítelem Davidem Champernownem. Nezmínil se o ní Newmanovi, jemuž v dubnu 1936 předložil dokončený strojopis. V osamění k němu přišel vzácný okamžik inspirace a v tomto osamění také důkaz promyslel a sepsal.

To, s čím Turing přišel, bylo pozoruhodné. Hardy považoval za velmi naivní předpokládat, že by matematikové prováděli své objevy točením klikou nějakého „zázračného stroje“. Nezapomínejme však, že Turing byl pověstný tím, že bral věci doslovně. Když Newman ve své přednášce popisoval Hilbertovu „rozhodovací metodu“ jako „mechanický postup“, inspiroval tím Turinga k myšlence, jejíž odezva byla mimořádná. Slovo „mechanický“ se v původním smyslu vztahovalo k manuální činnosti prováděné lidmi. Ve třicátých letech ale „mechanický“ znamenalo ozubená kola, rotory, elektronky atd. Znamenalo prostě stroje. Turing si vzal k srdci oba významy.

Ve třicátých letech, kdy začal řešit *Entscheidungsproblem*, mělo slovo „počítač“ také jiný význam než dnes. Anglické *computer* znamenalo prostě osobu, která počítá – jinak řečeno, osobu používající algoritmy. Výpočty byly ve třicátých letech spojeny s dlouhými hodinami lidské práce, během nichž mohly být používány různé pomůcky, například počítadlo nebo sčítací stroj, ale tyto pomůcky pracovaly pouze pasivně a neobešly bez lidské obsluhy.¹³ Žádné skutečné výpočetní stroje tehdy neexistovaly, a třebaže už v devate-

náctém století excentrický génius Charles Babbage něco takového vymyslel a navrhl, jeho parou poháněný „analytický stroj“ nebyl nikdy sestroyen. Babbageův vynález předjímal Turingův „univerzální stroj“ v tom, že v principu měl být schopen provádět jakékoli matematické výpočty. Od Turingova stroje se však výrazně lišil, protože Babbage nedošel ke klíčovému poznání, že instrukce by mohly být zapsány ve stejném matematickém jazyce, jako je výpočetní postup, kterého se týkají. Místo toho si představoval v podstatě průmyslové zařízení, jehož předlohou byl stroj, který pomocí instrukcí kódovaných na děrném štítku tkal bohaté vzory na brokát. I v případě Babbage byla počítačová věda ve styku s prostředím literatury; Babbageovou spolupracovnicí byla Ada, hraběnka z Lovelace, dcera Lorda Byrona. Ada o Babbageově stroji napsala: „Nejvýstižnější je zřejmě říct, že analytický stroj tká algebraické vzorce, podobně jako tká Jacquardův tkalcovský stav vzory na látku.^{14,15}

Gandy se domnívá, že když Turing začal pracovat na problému rozhodnutelnosti, o Babbageově plánovaném stroji nevěděl. S Baggagem nicméně sdílel přístup, který odráží industriální étos Anglie, ve kterém vyrůstal. Technologie pro Turinga znamenala továrny hemžící se dělníky – prostředí podobné tomu, v němž prováděl své objevy Sidney Stratton z filmu *Muž v bílém obleku*. Stroj, který Turing vymyslel, měl blíže k pletacímu nebo balicímu stroji než k iPodu (tedy až na to, že i průmyslové stroje se s příchodem elektroniky změnily).

Turing prezentoval své výsledky v článku skromně pojmenovaném „On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem“ (O vyčíslitelnosti s ohledem na problém rozhodnutelnosti). Hrubou verzi textu dokončil v dubnu roku 1936 a počátkem roku 1937 byl článek publikován v časopise *Proceedings of the London Mathematical Society*. Článek je rozdělen na zhruba tři části: v první je vymezena představa „počítatelného čísla“ a „počítacího

stroje“; ve druhé je představena myšlenka „univerzálního stroje“; a ve třetí jsou tyto koncepce využity k důkazu, že *Entscheidungsproblem* je neřešitelný. Jako většina Turingových článků se i článek „On Computable Numbers“ vyznačuje zvláštní kombinací úsporně formulované a poněkud filozofické spekulace s vysoce odbornou matematikou. Běžného čtenáře takový text vyvádí z míry, protože snadno srozumitelné pasáže volně přecházejí v hustý močál neznámých symbolů, německých a řeckých písmen a čísel psaných ve dvojkové soustavě. Snad ještě více zarážející než styl článku je naprostý nedostatek intelektuálního exhibicionismu. Člověk si z četby odnáší dojem, jako by Turing neměl ani ponětí o důležitosti toho, co právě udělal.

Jak už to v matematice často chodí, centrální otázka článku se, alespoň na první pohled, zdá být velmi jednoduchá. „Jakými možnými postupy,“ ptá se Turing, „lze vypočítat nějaké číslo?“¹⁶ Předtím definoval počítatelná čísla jako

...reálná čísla, jejichž vyjádření v desítkové soustavě jsou počítatelná konečnými prostředky. Ačkoli by se na první pohled mohlo zdát, že předmětem tohoto článku jsou počítatelná čísla, je téměř stejně lehké definovat a zkoumat počítatelné funkce nějaké celočíselné proměnné nebo reálné či počítatelné proměnné, počítatelné predikáty atd. Základní problémy však zůstávají ve všech případech stejné. Rozhodl jsem se zabývat se počítatelnými čísly, protože vyžadují zejména těžkopádnou metodu.¹⁷

Jak podotýká Hodges: „Pro Turinga je charakteristické, že Hilbertovu otázku oživil tím, že ji formuloval nikoli v terminologii důkazů, ale počítatelných čísel. Toto přeformulování vytyčilo jasný požadavek, aby byla nalezena centrální myšlenka matematiky.“¹⁸ Zároveň chtěl Turing zajistit, abychom si uvědomili, že (jak praví Roger Penrose)

„problém vyčíslitelnosti je důležitý v matematice obecně... Je možné mít Turingovy stroje, které pracují přímo s matematickými formulemi, jako jsou například algebraické nebo trigonometrické výrazy, nebo provádějí při výpočtu formální manipulace.“¹⁹ Takovéto stroje jsou technicky mnohem složitější verze počítačového stroje, který Turing popsal o několik vět dále: „Podle mé definice je číslo počítatelné, jestliže jeho vyjádření v desítkové soustavě může být zapsáno strojem.“²⁰

Významnost tohoto tvrzení by neměla být podceňována. Pokud jde o hypotetické počítačové „stroje“ (obzvláště jak byly chápány v matematických člancích ze třicátých let), šlo o prolomení dosti strnulých ortodoxních pravidel. Žádné takové stroje tehdy neexistovaly, pouze počítačové pomůcky příliš jednoduché na složitější matematické výpočty a zcela jistě neprogramovatelné. Turing však tuto větu uvádí bez jakékoli pompy a potom – stejně rychle, jako když uvedl důležitou koncepci počítačového stroje – ji opouští, aby nastínil, co bude obsahovat zbytek článku. Ke svému stroji se vrací pouze ve druhém odstavci následujícího oddílu, kde srovnává „člověka počítávajícího reálné číslo se strojem, který je schopen pouze konečného počtu stavů.“²¹ Tyto stavy nazývá *m*-konfigurace.

Turing pak popisuje, jak tento stroj vlastně pracuje. Prochází jím páska rozdělená na malá políčka, na která jsou zapsány symboly. V daném okamžiku může být „ve stroji“²² pouze jedno políčko. Tomuto políčku se říká „čtené políčko“ a symbol, který je na něm zapsán, se nazývá „čtený symbol“. Čtený symbol „je jediný symbol, který si stroj „přímo uvědomuje“. Díky změně *m*-konfigurace si však stroj může pamatovat některé symboly, které předtím „již viděl“ (četl).“ Chování stroje je v daném okamžiku určováno jeho *m*-konfigurací a čteným symbolem, což Turing dohromady označuje jako *konfigurace* stroje. V závislosti na své konfiguraci stroj buď napíše symbol do prázdného políčka; vymaže sym-

bol, který tam byl předtím; posune pásku o jedno místo doleva; nebo posune pásku o jedno místo doprava. Jednání stroje určuje „tabulka chování“, která stanovuje posloupnost m -konfigurací, podle níž stroj může provádět určitý algoritmus. „V jakékoli fázi chodu stroje,“ pokračuje Turing, „se číslo čteného políčka, celá posloupnost všech symbolů na pásce a m -konfigurace označuje jako *kompletní konfigurace* dané fáze. Změny stroje a pásky mezi po sobě následujícími kompletními konfiguracemi se nazývají *kroky* stroje.“²³ Rozdíl mezi m -konfigurací, konfigurací a kompletní konfigurací stroje je třeba zdůraznit, protože bude hrát důležitou úlohu při další argumentaci. Přestože se tomuto stroji dnes běžně říká „Turingův stroj“, Turing sám jej nazýval „automatický stroj“ nebo „ a -stroj“.

Předtím, než si uvedeme příklad, jak určitý Turingův stroj vlastně pracuje, stojí za to si připomenout, že když Turing psal svůj článek, nemyslel si, že by takový stroj měl nebo mohl být někdy sestrojen. V této fázi také nesdílel Babbageovo nadšení pro zalomené hřídele a převody Rube Goldberga.²⁴ Inženýr se v Turingovi probudil až později. Když psal článek „On Computable Numbers“, používal svůj stroj jako literární prostředek – určitou analogii, pomocí níž mohl co nejjasněji a nejúsporněji vyjádřit svou centrální myšlenku týkající se vyčíslitelnosti. Analogie je důležitý prostředek při vysvětlování matematiky lidem matematicky nevzdělaným, Turing byl ovšem výjimečný v tom, že tuto analogii zabudoval přímo do svého důkazu. Tím se odlišil od matematiků, kteří při řešení stejného problému použili méně elegantní (mohli bychom říci „těžkopádnější“) způsoby.

Vraťme se však k našemu lidskému „počítači“, respektive „počítačce“. Abychom zůstali věrni industriálnímu étosu oné doby, představme si ji, jak tráví dny v továrně nebo robotárně podobající se rozlehlým halám plným lidského lopocení, jak jsou vykresleny v Dickensových románech nebo ve filmu *Muž v bílém obleku*. V této továrně se však nevyrobě-

jí ani knoflíky, ani součástky pro lokomotivy, ale čísla. Za stoly tu sedí spousta žen a každá z nich otročí jinému algoritmu. Je zde tolik žen, kolik je algoritmů. Jedna provádí třetí odmocniny. Jiná rozkládá složená čísla na prvočísla. A další sestavuje tabulky logaritmů. Naše speciální počítačka má na starosti jeden z nejjednodušších algoritmů: sčítá čísla. Protože jde o Turingovu továrnu, počítačky nemají dvourozměrné bločky, ale jednorozměrné pásky, které dejme tomu mohou být nekonečné. Tyto pásky jsou „rozděleny na malá políčka podobně jako aritmetická knížka pro děti“.²⁵ To zkrátka znamená, že operace, které většina z nás provádí vertikálně, vykonává ona horizontálně. Naše speciální počítačka právě sedí u pásky s tužkou v ruce a sčítá:

$$\begin{array}{r} 9251754803 \\ + 746380 \\ = \end{array}$$

A takto by to vypadalo na pásce:

7	4	6	3	8	0	+	9	2	5	1	7	5	4	8	0	3	=
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Jak dlouho by většině z nás trvalo provést tento elementární algoritmus? Za předpokladu, že bychom nepoužili kalkulačku, ale pouze napsali čísla pod sebe a provedli běžné sčítání a odvozování, asi půl minuty. Mohli bychom však snadno udělat chybu. A co je důležitější, abychom mohli úkol rychle splnit, potřebovali bychom si postup rozdělit na to, co programátoři nazývají podprogramy – to protože málokdo z nás by dokázal v paměti udržet všechna ta čísla najednou. Turnig toto vše uznává hned na začátku a podotýká k tomu, že zdůvodnění jeho definice počitatelných čísel „spočívá ve faktu, že lidská paměť je nevyhnutelně omezená“.²⁶ To platí obzvláště v případě toho, co Turing nazývá „složené symboly“, o nichž poznamenává: „Rozdíl mezi jednoduchými a složenými symboly spočívá podle nás v tom,

že složené symboly jsou natolik dlouhé, že je nelze sledovat v jednom okamžiku. To je v souladu se zkušeností. Nejsme schopni okamžitě říci, zda čísla 9999999999999999 a 9999999999999999 jsou stejná.^{“27}

Právě na tomto místě Turing zavádí do své argumentace to, co nazývá „stav myslí“ pracující počítačky. Argumenty tohoto typu, jak otevřeně připouští, „se zákonitě musí odvolávat na intuici a jsou proto z matematického hlediska poněkud neuspokojivé. Skutečná otázka zní: „Jakými možnými postupy lze vypočítat nějaké číslo?“^{“28}

Turing s touto otázkou přichází poprvé při podrobném popisu toho, co se odehrává v hlavě počítačky vykonávající svou práci. V každém okamžiku, jak vysvětluje, je její chování určováno dvěma činiteli: symboly, na které se dívá, a jejím „stavem myslí“. Počet symbolů, které je schopna pojmout v jeden okamžik, je samozřejmě omezený. Jestliže mi například ukážete číslo 352, mohu si je zapamatovat a bez potíží zopakovat. Když mi ale ukážete číslo 352798634001, budu si je, abych je mohl zopakovat, pravděpodobně muset rozdělit na několik samostatných částí. Jak Turing vysvětluje, jestliže si naše počítačka přeje sledovat více symbolů, než jí dovoluje její paměť, „musí je sledovat postupně. Budeme také předpokládat, že počet stavů myslí, které je třeba vzít v úvahu, je konečný.“^{“29}

Turing se tedy pokouší rozložit základní aritmetické postupy na ještě elementárnější části, podobně jako když zvědavé dítě rozebere nějaký strojek, aby zjistilo, jak funguje. Má-li naše počítačka splnit svůj úkol, píše Turing, musí nejprve „rozložit“ algoritmus, se kterým pracuje, „na „jednoduché operace“, které jsou natolik elementární, že není lehké představit si je dále rozdělené“. „Jednoduchá operace“ je taková operace, při níž „se změní nanejvýše jeden symbol. Všechny ostatní změny mohou být rozloženy na jednoduché operace tohoto typu.“^{“30}

Abychom získali lepší představu o tom, co zde má Turing na mysli, vraťme se k naší počítačce a její pásce. Počí-

tačka má před sebou rovnici. (Trochu ji zkrátíme, protože na šířku jedné stránky knihy by se příliš dlouhý segment pásky nevešel.)

6	4	3	9	+	8	1	5	=									
---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nejprve se podívá na poslední ze tří číslic tvořících číslo 815, tedy na číslici 5. Potom se podívá na číslici 9, což je poslední číslice v čísle 6 439. Součtem těchto číslic získá číslo 14. Ale při provádění tohoto výpočtu – a toto je klíčový bod Turingovy myšlenky – smí v daném okamžiku sledovat pouze jedno políčko. Musí také převést jedničku v čísle 14. Aby to mohla provést, musí do svého výpočtu vložit číslo, které nebude součástí konečného výsledku, ale které bude v jednom z políček na pásce (a v její mysli) pouze do té doby, než bude moci sečíst číslice nalevo od dvou číslic, které právě sečetla. Na diagramu je tento dočasný symbol vyznačen tučně a kurzívou:

	6	4	3	9	+	8	1	5	=		<i>1</i>	4						
--	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	-----------------	---	--	--	--	--	--	--

Dále bude sledováno políčko s číslicí 3 z prvního čísla a políčko s číslicí 1 z čísla druhého. Jejich součet je číslo 4, k němuž počítačka musí přidat číslo 1, které zbylo z předchozího sčítání čísel 9 a 5. Číslice 1 je tedy vymazána a nahrazena dalším stálým číslem 5.

	6	4	3	9	+	8	1	5	=		5	4						
--	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	---	---	--	--	--	--	--	--

Tímto způsobem počítačka pokračuje, až dospěje k požadovanému výsledku.

	6	4	3	9	+	8	1	5	=	7	2	5	4					
--	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	--	--	--	--

Má-li být technický popis úplný, je třeba zmínit se ještě o dvou dalších aspektech výpočetního postupu. První pro-

blém se týká toho, co Turing nazývá „změny rozmístění sledovaných políček“.³¹ Co když naše počítačka dostane za úkol obzvláště těžký výpočet, kde sčítaná čísla obsahují řekněme 100 číslic? V tom případě musí sledovat a vstřebat velice dlouhou řadu políček na pásce. Protože však ve svém zorném poli může vidět pouze určitou délku pásky, musí si výpočet rozdělit na několik dílčích procesů.

Druhou věcí, kterou je třeba vzít v úvahu, je problém, jenž Turing označuje jako „okamžitá rozpoznatelnost“.³² Mohlo by se zdát, že políčka „označená speciálními symboly“ by měla počítačka z definice „okamžitě rozpoznat“. To je celkem pochopitelné. Při počítání naše mysl samozřejmě ihned rozliší symboly, jako jsou například $+$, $-$, $=$, π nebo \geq od čísel, která je obklopují. Co se však stane, když narazíme na *posloupnost*, která vytváří speciální symbol, jako je například číslo, které se v matematických pojednáních používá k označení rovnice a teorému? Podobně jako složené symboly, například 999 999 999 999 999, mohou označovat velká čísla, „ve většině matematických pojednání jsou rovnice a teorémy očíslovány. Tato čísla běžně nepřesáhnou (řekněme) hodnotu 1 000. Je-li však pojednání dlouhé, můžeme narazit i na Větu číslo 157 767 733 443 477. A kousek dál v něm třeba najít spojení „... proto (použijeme-li Větu 157 767 733 443 477) dostaneme...““ Ale stejně jako člověk může porovnávat dvě čísla „číslíci po číslici a třeba je i odškrtnout tužkou, aby se ujistil, že některé nepočítal dvakrát“,³³ je možné navrhnout stroj, který by byl schopen dělat víceméně totéž.

Nyní máme hrubý náčrt postupu práce naší počítačky z továrny. Pomocí složitých a poněkud těžkopádných kroků – sledování, rozeznávání a vlastní operace – je schopna provést součet, jímž jsme začali. Sečte 746 380 a 9 251 754 803 a dostane 9 252 501 183. Její postup je složen z těchto „jednoduchých operací“:³⁴

- (a) Změna symbolu na některém ze sledovaných políček.
- (b) Změna políčka, které je právě sledováno, na jiné políčko v rozsahu [určitého počtu] předtím již sledovaných políček.

A jelikož „některé z těchto změn nutně vyžadují změnu myslí“,³⁵ jednoduchou operací proto obecně musí být některá z těchto dvou:

(A) Možná změna (a) symbolu společně s možnou změnou myslí.

(B) Možná změna (b) políčka, které je právě sledováno, společně s možnou změnou stavu myslí.

„Právě prováděná operace,“ uzavírá Turing, „je určována stavem myslí počítající osoby a sledovanými symboly. Obzvláště ony určují stav myslí počítající osoby po provedení operace.“³⁶

Na tomto místě se Turing dostává nejbližší tomu, co by se dalo nazvat triumfální rétorické fanfáry. „Nyní můžeme,“ píše „předpokládat stroj, který by vykonával práci této počítající osoby.“³⁷ Pro případ, že by narážky na „stavy myslí“ mohli provokovat matematiky znepokojené jeho neortodoxními metodami, nabízí nejprve alternativní argument, který se opírá o myšlenku „instrukčních poznámek“, jež počítající dostane předtím, než začne svou práci. Podle tohoto argumentu potřebuje počítající dělat mnoho přestávek – proti tomu nemůže vzhledem k jeho nezáživné práci nikdo nic namítat. Provádí sčítání, potom se zvedne a jde se nasačit. Provede další krok a dá si šálek čaje. Provede ještě jeden krok a jde na toaletu. Při tomto tempu bude počítající osobě trvat mimořádně dlouho, než úkol dokončí, ale to nevádí. O rychlost v této továrně nejde. Krom toho má počítající osoba své „instrukční poznámky“ – které pochopitelně odpovídají „tabulce chování“, s níž Turing začal své pojednání o hypotetickém *a*-stroji.