ÚVOD

V této knize předkládáme čtenáři základní matematické a fyzikální vzorce v přívětivé a snadno použitelné podobě.

Využití čísel a symbolů k modelování, předpovídání a ovládání reality je mocnou zbraní a může někdy připomínat i magii. Kdo ovládne tyto schopnosti, nestává se ale bohužel automaticky moudrým a prozíravým. I kvůli tomu jsme svědky šíření nebezpečných technologií, rostoucí touhy lidí po *kvantitě* a snahy podřizovat vše pouze ekonomickému růstu. Čtenáře proto nabádáme, aby obsah této knihy používal s příslušnou obezřetností.

Na druhou stranu, s pomocí matematiky můžeme nacházet souvislosti i ve zdánlivě velmi odlišných oblastech. Například světlo a elektřina, dříve dvě nezávislá témata, jsou nyní spojena teorií *elektromagnetického pole*.

Skvělým příkladem „dvousečné zbraně“ je pravděpodobně nejznámější rovnice na světě, Einsteinova $E = mc^2$, která bude navždy spojena jak s vynálezem jaderných zbraní, tak i s vědeckým objevem jednoty hmoty a energie.

Ať vás úžas a potěšení z vědění nikdy neopustí!

Trojúhelníky

a jejich různé středy

V *pravoúhlém trojúhelníku* platí *Pythagorova věta*: obsah čtverce sestrojeného nad přeponou (stranou protilehlou pravému úhlu) je roven součtu obsahů čtverců nad dvěma kratšími stranami – odvěsnami (*naproti vlevo nahoře*):

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ nebo ekvivalentně } c = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Součet vnitřních úhlů trojúhelníku = 180° neboli π *radiánů*.

Obvod $o = a + b + c$.

Obsah $S = \frac{1}{2} b v_b = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$ (*naproti vpravo nahoře*).

Sinová věta: $\dfrac{a}{\sin \alpha} = \dfrac{b}{\sin \beta} = \dfrac{c}{\sin \gamma} = 2r$, kde r je *poloměr kružnice opsané*.

Těžnice spojuje vrchol se středem protilehlé strany. Všechny tři *těžnice* se protínají v jednom bodě, který se nazývá *těžiště*:

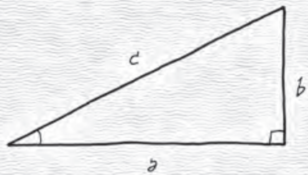
$$t_a = \tfrac{1}{2}\sqrt{2(b^2 + c^2) - a^2}, \quad t_b = \tfrac{1}{2}\sqrt{2(c^2 + a^2) - b^2},$$

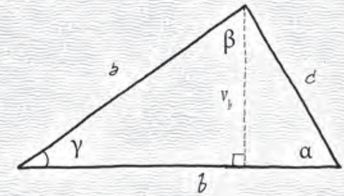
$$t_c = \tfrac{1}{2}\sqrt{2(a^2 + b^2) - c^2}\ .$$

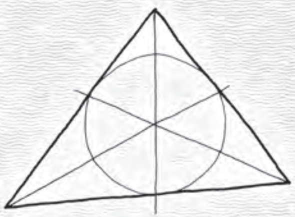
Výška je úsečka procházející vrcholem, která je kolmá na protilehlou stranu (nebo její prodloužení vně trojúhelníku):

$$v_a = \frac{2S}{a} \quad v_b = \frac{2S}{b} \quad v_c = \frac{2S}{c}.$$

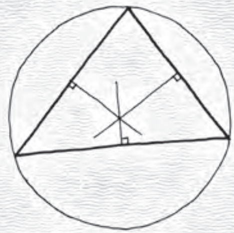
Všechny tři výšky se protínají v *ortocentru*.



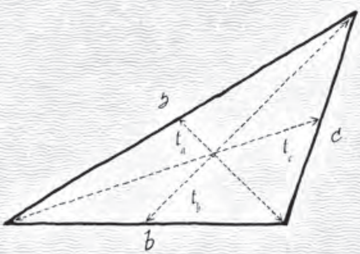




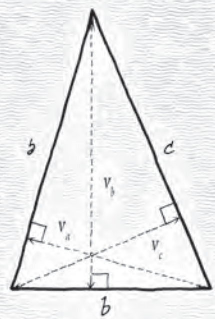
střed kružnice vepsané leží
v průsečíku os úhlů



střed kružnice opsané leží
v průsečíku os stran



těžnice spojují vrcholy a středy stran
a průsečík je těžištěm obrazce



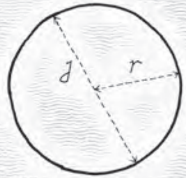
výšky se protínají v ortocentru
(které nemusí vždy ležet uvnitř trojúhelníku)

ROVINNÉ OBRAZCE

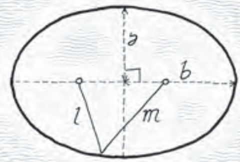
obvody a obsahy

V této kapitole jsou uvedeny vzorce pro výpočet obvodu a obsahu různých rovinných obrazců.

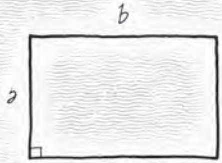
Kružnice, kruh:	Poloměr = r, průměr $d = 2r$ Obvod $o = 2\pi r = \pi d$ Obsah $S = \pi r^2$, kde $\pi = 3{,}14159265\ldots$
Elipsa:	$S = \pi ab$ b a a je po řadě *hlavní a vedlejší poloosa.* Body vyznačené na hlavní poloose jsou *ohniska,* platí, že $l + m$ je konstantní pro libovolný bod na elipse.
Obdélník:	$o = 2(a + b)$ $S = ab$
Kosodélník:	$o = 2(a + b)$ $S = bv = ab \sin\alpha$
Lichoběžník:	$o = a + b + v\,(\csc\alpha + \csc\beta)$ $S = \frac{1}{2}v(a + b)$
Pravidelný n-úhelník:	$o = nb$ $S = \frac{1}{4}nb^2 \operatorname{cotg}(180°/n)$ Všechny strany a vnitřní úhly mají stejnou velikost.
Obecný čtyřúhelník (i):	$S = \frac{1}{2}ab \sin\alpha$
Obecný čtyřúhelník (ii):	$S = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)b + \frac{1}{2}av_1 + \frac{1}{2}cv_2$



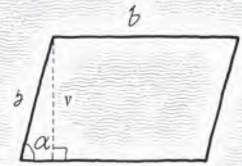
kružnice



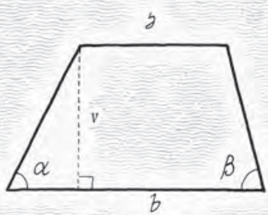
elipsa



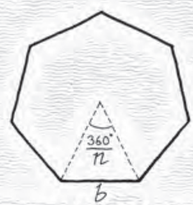
obdélník



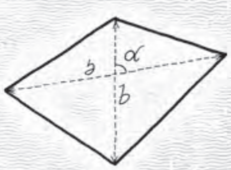
kosodélník



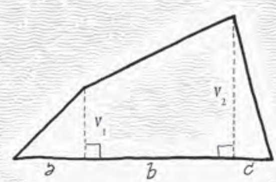
lichoběžník



pravidelný *n*-úhelník



obecný čtyřúhelník (i)



obecný čtyřúhelník (ii)

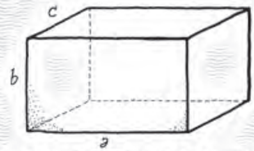
TĚLESA

povrchy a objemy

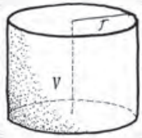
V této kapitole jsou uvedeny vzorce pro výpočet povrchu a objemu osmi těles. (Povrch je uveden včetně podstavy.)

Koule:	Povrch $S = 4\pi r^2$
	Objem $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
Kvádr:	$S = 2(ab + ac + bc)$
	$V = abc$
Válec:	$S = 2\pi rv + 2\pi r^2$
	$V = \pi r^2 v$
Kužel:	$S = \pi r\sqrt{r^2 + v^2} + \pi r^2$
	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 v$
Jehlan:	Obsah podstavy $= S_p$
	$V = \frac{1}{3} S_p v$
Komolý kužel:	$S = \pi(a + b)c + \pi a^2 + \pi b^2$
	$V = \frac{1}{3}\pi v(a^2 + ab + b^2)$
Elipsoid:	$V = \frac{4}{3}\pi abc$
Torus:	$S = \pi^2(b^2 - a^2)$
	$V = \frac{1}{4}\pi^2(a + b)(b - a)^2$

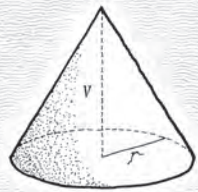
koule



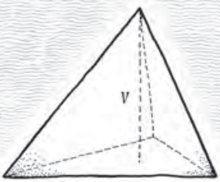
kvádr (pravidelný čtyřboký hranol)



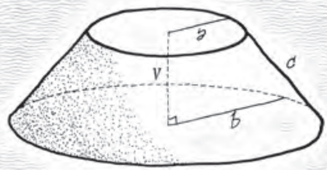
válec



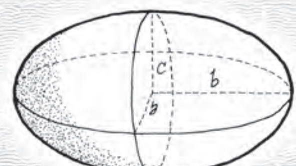
kužel



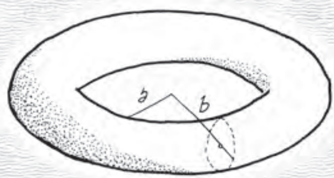
n-boký jehlan s obsahem podstavy S_p



komolý kužel



elipsoid



torus (anuloid)

Analytická geometrie

osy, přímky, směrnice a průsečíky

Dvojice os umístěných v rovině a svírajících pravý úhel nám umožňuje definovat bod pomocí dvojice reálných čísel (*naproti*). Osy se protínají v *počátku*, bodě $[0;0]$. Horizontální poloha je běžně označována jako souřadnice x, vertikální jako souřadnice y.

Přímka v rovině má rovnici $y = mx + c$, kde m je směrnice přímky, která určuje její sklon. Přímka protíná osu y v bodě $[0;c]$ a osu x v bodě $[-c/m;0]$.

Vertikální přímka má ve všech bodech konstantní souřadnici x, její rovnice je tedy $x = k$.

Přímka se směrnicí n procházející bodem $[x_0;y_0]$ má rovnici $y = nx + (y_0 - nx_0)$. Přímka k ní kolmá má směrnici $-1/n$.

Rovnice přímky procházející body $[x_1;y_1]$ a $[x_2;y_2]$ je

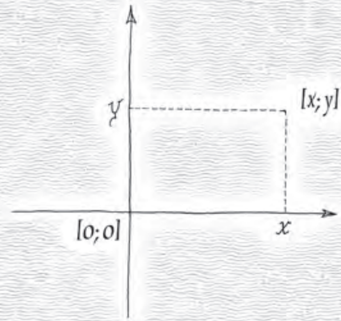
$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_2) + y_2 \quad \text{pro } x_1 \neq x_2.$$

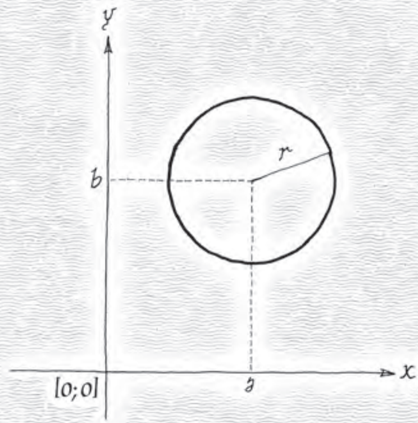
Pro úhel θ, který svírají přímky se směrnicemi m a n, platí

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{m - n}{1 + mn}.$$

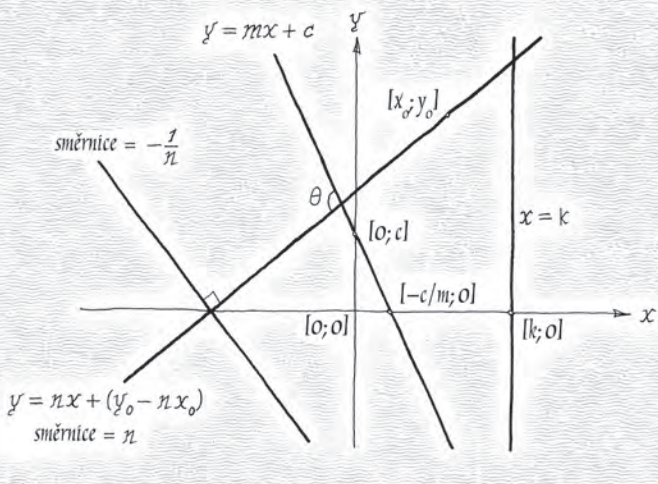
Kružnice o poloměru r se středem v bodě $[a;b]$ je dána rovnicí $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.

V trojrozměrném prostoru je přidána osa z a mnohé rovnice jsou analogické. Například koule o poloměru r se středem v bodě $[a;b;c]$ je dána rovnicí $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2$. Obecná rovnice roviny v trojrozměrném prostoru je $ax + by + cz = d$.





kružnice $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$



TRIGONOMETRIE

v pravoúhlém trojúhelníku

Pravoúhlý trojúhelník se stranami o délce *a, b, c* a úhlem θ protilehlým straně *b* je znázorněn na protější straně vlevo nahoře. Šest *trigonometrických funkcí*: sinus, kosinus, tangens, kosekans, sekans a kotangens je v něm definováno následovně:

$$\sin\theta = \frac{b}{c}, \qquad \cos\theta = \frac{a}{c}, \qquad \operatorname{tg}\theta = \frac{b}{a},$$
$$\csc\theta = \frac{c}{b}, \qquad \sec\theta = \frac{c}{a}, \qquad \operatorname{cotg}\theta = \frac{a}{b}.$$

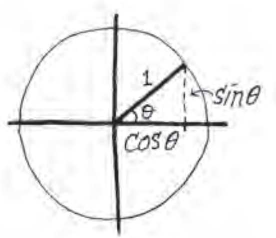
Sinus a kosinus jsou délky odvěsen pravoúhlého trojúhelníku umístěného v jednotkové kružnici (*dole a naproti*):

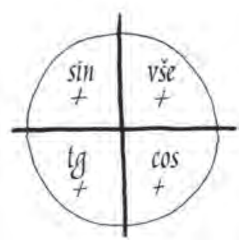
$$a = \cos\theta \quad \text{a} \quad b = \sin\theta.$$

Podle Pythagorovy věty (*strana 2*) platí $a^2 + b^2 = c^2$, pro libovolný úhel θ tedy platí

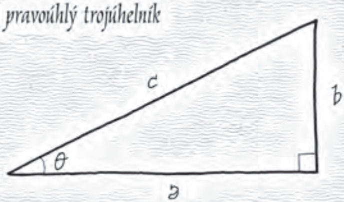
$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1.$$

Sinus, kosinus a tangens má zápornou či kladnou hodnotu podle polohy úhlu v různých kvadrantech jednotkové kružnice (*vpravo dole*).





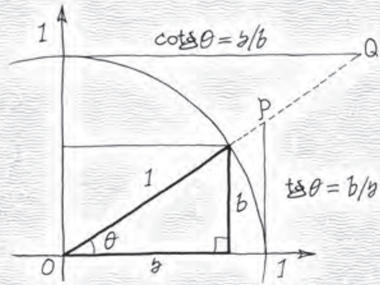
pravoúhlý trojúhelník



$a = c \cos\theta$
$\quad = b \operatorname{cotg}\theta$

$b = c \sin\theta$
$\quad = a \operatorname{tg}\theta$

$c = a \sec\theta$
$\quad = b \csc\theta$



$a = \cos\theta \quad b = \sin\theta$

Tangens a kotangens jako délky.
Úsečka OP má délku sec θ a OQ csc θ.

Výška stromu je
dána vzorcem
$h = d \operatorname{tg}\theta$.