

Úvod

Postavili jsme na tisíc chrámů Fortuně, ale žádný Rozumu.

Marcus Cornelius Fronto,
učitel Marka Aurelia

Otázka, jakým principem se řídí šťastná a nešťastná náhoda, trápí lidstvo jako málokterá jiná. Proč se štěstěna na některé lidi usmívá, zatímco od jiných se odvrací? Co je to štěstí a proč jej mají tak často ti, kteří si jej nezasluhují? Jak můžeme předpovídat náhodné jevy, k nimž dochází kolem nás? A jak s nimi můžeme pracovat?

Snadno se ztotožníme s představou, že náhodu nemáme ve své moci. První bohové, astrologie, pověry: to vše byly pokusy vysvětlit nevysvětlitelné. *Naši vesnici zničilo sucho, protože bohyně štěstí se k nám otočila zády. Její syn zešilel, protože se narodil za neblahých znamení. Otroci se vzbouřili a vydrancovali mu vilu, protože na slavnosti minulé noci rozsypal sůl.* Nyní můžeme tyto výroky zpochybňovat, ale alespoň musíme ocenit autory za snahu: dívali se kolem sebe a nevěřili, že se svět chová, jak jej právě napadne. Na jisté základní úrovni zůstane náhoda asi tajemstvím, ale pomocí jazyka matematiky ji nyní můžeme přejmenovat na „pravděpodobnost“, může-

me ji definovat a odvodit rovnice pro její popis. Jako námořníci, kteří sice neumějí ovládat vítr, ale naučili se jej předvídat a využívat, dokážeme využívat pravděpodobnost a skutečně s ní i pracovat. Z našich dávných otázek vyrostly nové: Vezme si mě má přítelkyně? Vydělám na svých investicích? Vrátím se v pořádku z pracovní cesty? Poznáme, že pomocí teorie pravděpodobnosti a vzorců z této knihy lze odpovědi na uvedené otázky odhadnout.

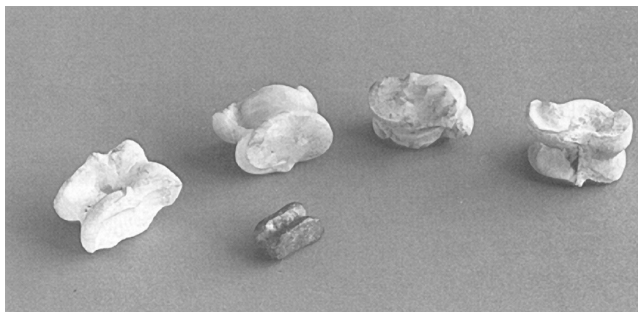
Pro starověké Řeky ztělesňovala náhodu bohyně Tyché. Římané ji později nazvali Fortuna a tato bohyně mezi nimi získala takovou oblibu, že počet chrámů postavených na její počest převýšil počty všech ostatních. Frontův citát z úvodu, pocházející asi z 2. století, byl vlastně jedovatým epigramem na její popularitu. Doufám, že má kniha bude ctít jak náhodu, tak rozum.

Historie pravděpodobnosti je stará jako lidstvo samo

Lidé projevovali zájem o pravděpodobnost a náhodu už v prehistorických časech. Z neolitického období, před více než šesti tisíci lety, se zachovaly kostky vyrobené ze zvířecích kostí. Zřetelně se podobají moderním hracím kostkám.

Jinými slovy, přibližně ve stejné době, kdy se vytvářela první zemědělská společenství, začali lidé hrát v kostky.

Tyto první kostky, vytvořené ze zvířecích kostí, se nazývají *astragalo* (singulár *astragalos*). Byly vyřezávány z určitých částí ovčích kopýtek, která měla dvě zaoblené strany a čtyři čtvercové strany o téměř shodné velikosti. Když první lidé hráli od prehistorických po



Staří Řekové používali kloubní články prstů koz či ovcí (astragaloí) jako hrací kostky.

antické časy s těmito primitivními kostkami, sázeli na čtyři možné výsledky. Dvě zaoblené strany nebrali v úvahu, protože kostka na ně nemohla dopadnout. Astragaloí se nepřestaly používat ani poté, co se objevily šestistranné kostky, vyřezávané z kostí, dřeva či kamene. Vypovídá to jak o jejich užitečnosti, tak o tom, že již tenkrát lidé trpěli nostalgií.¹

V rané antice hráli s kostkami a astragaloí Egypťané, Babyloňané a také Římané. Etruskové, tajemný národ žijící na Apeninském poloostrově před příchodem Římanů, používali pětistranné kostky ve tvaru dvanáctistěnu již tisíc let před Kristem.

Podle římského historika Suetonia byl císař Augustus (63 př. n. l. – 14 n. l.) vášnivým hráčem v kostky. Suetonius v *Životopisech císařů* popisuje oblíbenou Augustovu hru, při níž se vrhalo čtyřmi kostkami astragaloí a vítězem byl hráč, kterému se podařilo hodit „Venuši“ – každá z kostek musela ukazovat jiné číslo. Dále se zmiňuje o císaři Claudiovi (10 př. n. l. – 54 n. l.), který byl hře v kostky tak oddán, že o ní dokonce sepsal kni-

hu. Claudius měl ke svému kočáru připojenu speciální hrací desku, takže mohl hrát při projížďkách Římem.

Hry v kostky byly též oblíbené ve starověké Indii a Číně. Historie a nauka o pravděpodobnosti jsou plné romantických legend o hazardním hraní. Jednu z nich si pro ilustraci uvedeme. Ve třetí knize indického eposu *Mahabharáta*, napsaném před rokem 400 př. n. l., král Rituparna probírá pravděpodobnost a statistiku s Nalou, mužem, který je v moci poloboha hry v kostky. Rituparna dokáže odhadnout počet listů libovolného stromu podle počtu listů jeho náhodně vybrané větve (tento postup se podobá moderním statistickým metodám). Říká:

Skrze kostky ovládám vědu
a vyznám se tedy v číslech.

Rituparna měl asi určité znalosti z teorie pravděpodobnosti, což ve verši naznačuje jasné spojení mezi kostkami a čísly.

Také rabíni žijící v prvních staletích následujících po zkáze Jeruzalémského chrámu v roce 70 n. l. měli jisté povědomí o pravděpodobnosti. Dokládá to Talmud, který byl napsán ve stejné době jako *Mahabharáta*. Podle Talmudu se pravděpodobnostní důkazy běžně používaly při posuzování otázek, jako byly zákony o stravování, určení otcovství v případě cizoložství či rozdělování daní a dalších věcí, ve kterých nejistota hrála určitou roli. Ve starých židovských textech se rovněž dočteme, že denní práce v Chrámu, například úklid, stráž či vaření, si kněží rozdělovali losem. Podle moderních výzkumů se zdá, že ti, kteří se dobře vyznali v Talmudu, uměli používat

pravděpodobnostní pravidla pro průnik a sjednocení jevů, byli schopni porovnat pravděpodobnosti různých jevů a také vyslovit soud založený na relativních velikostech pravděpodobností.²

Je překvapující, že starověcí řečtí matematici jako Pythagoras, Euklides a další se teorií pravděpodobnosti nezabývali. Možná se vůbec nesnažili popsat náhodu matematicky – kostka je v řeckých matematických spisech uváděna pouze jako pomůcka pro děti k učení aritmetiky (na kostky se kreslily tečky). O náhodě v nich není ani zmínka.³

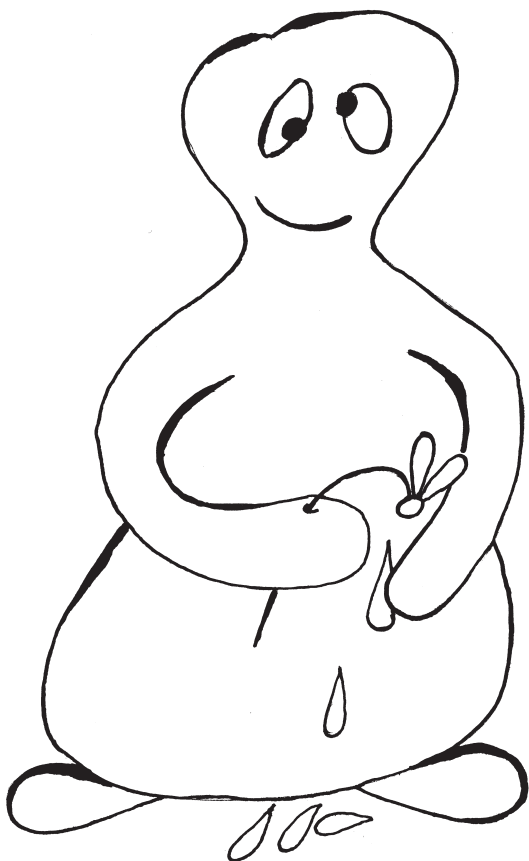
Ve starověkém světě, jak na Západě, tak na Východě, našly kostky a astragaloi uplatnění nejen při hazardních hrách, ale i při věštění. Když lidé stáli před důležitým rozhodnutím v osobním životě, když vojevůdci potřebovali vědět, zda je vhodný čas pro bitvu, nebo když králové potřebovali radu ve věci státu, žádali bohy o radu prostřednictvím věštby. A věštci při odkrývání božích odpovědí často sahalí po kostkách. Pokud padla na kostkách „Venuše“, pak odpověď na danou otázku byla „ano“, padl-li „Pes“ – samé jedničky – byla odpověď „ne“. Existovaly ovšem ještě mnohé další způsoby věštby. Nástroje ovládané náhodou sloužily k hledání božského vedení i během křesťanské éry. Dodnes existuje řada lidí, kteří hledají odpovědi na otázky týkající se jejich manželství či zaměstnání prostřednictvím náhodného mechanismu.

Základy moderní teorie pravděpodobnosti položili v 17. století evropští matematici, a to zvláště Galileo Galilei (1564–1642), Blaise Pascal (1623–1662), Pierre de Fermat (1601–1665) a Abraham de Moivre (1667–1754). Stejně jako v Indii byl evropský vývoj te-

orie pravděpodobnosti úzce spjat s hazardním hraním a byl motivován přáním porozumět zákonům náhody, aby bylo možné vyhrát peníze při hře proti banku.

Listy mladému hazardnímu hráči

Podstata matematické teorie pravděpodobnosti se objevila ve Francii na samém začátku 17. století jakožto výsledek neobvyklého partnerství mezi gamblerem a matematikem. Hazardním hráčem byl Chevalier de Méré, který chtěl zjistit, jak vyhrávat v evropských kasínech. Zmíněným matematikem nebyl nikdo jiný než slavný filozof, fyzik a matematik Blaise Pascal. De Méré přišel k Pascalovi a ptal se ho na pravděpodobnosti výher ve dvou hazardních hrách, které byly tehdy v Evropě populární. Pascal napsal slavnému matematikovi Pierru de Fermatovi a z jejich korespondence vzešly základy matematické teorie pravděpodobnosti. Zde si ukážeme, jak se tato teorie vyvíjela v dalších staletích.

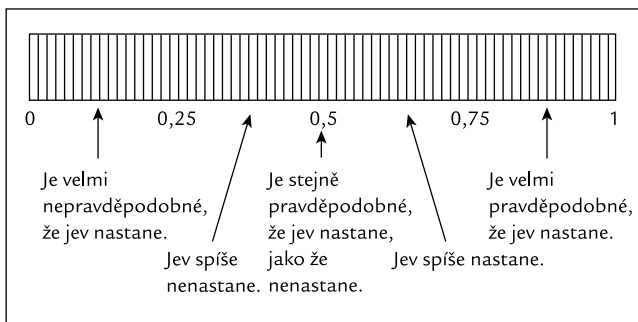


"Dodnes existuje řada lidí, kteří hledají odpovědi na otázky týkající se jejich manželství či zaměstnání prostřednictvím náhodného mechanismu." (Str. 11)

Co je to pravděpodobnost?

Pravděpodobnost můžeme chápat jako lidský pokus porozumět nejistotě vesmíru, definovat nedefinovatelné. *Pravděpodobnost* je kvantitativní míra vyjadřující možnost, že daný jev nastane. Jestliže nějaký jev určitě nastane, pak mu přiřadíme stoprocentní pravděpodobnost. Pokud nějaký jev s jistotou nenastane, přiřadíme mu nulovou pravděpodobnost. Ostatním jevům, které nenastanou se stoprocentní jistotou, ale mohou se přihodit, přiřadíme pravděpodobnost v intervalu mezi 0 % a 100 % (nebo ekvivalentně reálné číslo v intervalu $\langle 0, 1 \rangle$, což je striktní matematický obor hodnot pravděpodobnosti). Jestliže je nějakému jevu přiřazena pravděpodobnost 0,5 (tedy 50% pravděpodobnost), pak je stejně pravděpodobné, že jev nastane, jako že nenastane. K jevu, který má pravděpodobnost 0,1 (10 %), pravděpodobně nedojde; jev s pravděpodobností 0,9 (90 %) patrně nastane. Pravděpodobnosti lze samozřejmě psát také pomocí zlomků, tedy 0,1 nebo $1/10$, 0,5 nebo $1/2$, atd.

Následující diagram slouží jako vodítko pro výklad pravděpodobností.



Výklad pravděpodobnosti

Pravděpodobnost, číslo mezi 0 % a 100 % (nebo přesněji číslo v intervalu $\langle 0, 1 \rangle$), musí být přiřazena ve shodě s určitými logickými a matematickými zákony, které odvodili Pascal, Fermat a další. Jedině pak má smysl se na ni odvolávat. Chceme, aby pravděpodobnost přiřazená nějakému jevu byla správná; chceme tedy takovou pravděpodobnost, jež bude po mnoha sledováních jevu (například vrhu kostkou a zaznamenávání jednotlivých hodů) odpovídat výsledkům. Například přiřadíme pravděpodobnost $1/6$ jevu, že na vržené kostce padne číslo „5“. A opravdu ze zkušenosti víme, že při šestině všech hodů kostkou padne pětka. Když první lidé v prehistorických dobách házeli kostěnou kostkou, povšimli si, že asi v $1/6$ případů se ukázala „pětka“ – nebo by si toho byli povšimli, kdyby nebyli příliš zaměstnání útekem před chlupatými mamuty. Totéž platí i pro ostatní čísla. Ale neházíme milionkrát kostkou, abychom určili pravděpodobnost. Zjišťujeme to jinými prostředky a pokročili jsme v tomto směru opravdu daleko.

Porozumět teorii pravděpodobnosti je velmi užitečné. Pravděpodobnostní rozhodování činíme v běžných

každodenních situacích (mám si zavolat taxík, nebo jet metrem? sjezu z dálnice nyní a natankuji benzín, nebo počkám na nižší cenu?); hlubší znalosti z teorie pravděpodobnosti nám ovšem pomohou lépe se rozhodovat v obchodních záležitostech, milostných otázkách a v dalších oblastech života. Odborník na teorii pravděpodobnosti I. J. Good tvrdí, že pravděpodobnostní rozhodování není výlučně lidskou záležitostí.⁴ Podle něj mají cit pro pravděpodobnost i zvířata – dravec možná instinktivně odhaduje pravděpodobnosti možných tras útěku kořisti a pak ji pronásleduje tou nejpravděpodobnější z nich.

Cílem této knihy je představit některé základní pojmy a pravidla z teorie pravděpodobnosti a pomoci definovat nedefinovatelné, aby svět kolem nás dával smysl a abychom se uměli v životě lépe rozhodovat.