

# Obsah

Předmluva	7
Úvod	14
Kapitola 1: Myslím, že v této chvíli bych přednášku ukončil	18
Cambridge, 23. červen 1993	18
Poslední nevyřešený problém	22
Všechno jsou čísla	28
Absolutní důkaz	34
Nekonečně mnoho trojic	39
Od Pythagorovy věty k Velké větě Fermatově	41
Kapitola 2: Hádankář	47
Rozvoj teorie čísel	55
Zrození problému	65
Poznámka na okraji	70
Velká Fermatova věta konečně publikována	74
Kapitola 3: Matematická ostuda	79
Matematický kyklop	80
Úspěch, byť nepatrný	97
Pan Le Blanc	104
Zapečetěné obálky	114
Kapitola 4: Směrem k abstrakci	125
Čas hlavolamů, rébusů a hádanek	128
Základy poznání	135
Nápor zvědavosti	149
Přístup hrubé síly	151
Doktorské studium	162
Kapitola 5: Důkaz sporem	171
Přání otcem myšlenky	180

Smrt génia	182
Filozofie dobra	185
Chybějící článek	190
Kapitola 6: Počítání v tajnosti	197
Poustevník v podkroví	199
Souboj s nekonečnem	202
Povalení prvního kamene	216
„Velká Fermatova věta dokázána?“	219
Zámek plný temných komnat	222
Kolyvaginova a Flachova metoda	224
Přednáška století	228
Dozvuky	232
Kapitola 7: Drobná potíž	237
Pokládání koberce	239
Strašidelný e-mail	247
Dárek k narozeninám	251
Kapitola 8: Velkolepá sjednocená Matematika	257
Cena	260
Dodatky	262
Doporučená četba	275
Zdroje ilustrací	282
Rejstřík	283

## Předmluva

Místnost, ve které jsme se nakonec potkali, nebyla příliš plná. Byla ovšem dost veliká k tomu, aby se v ní u příležitostí velkých oslav mohla shromáždit celá katedra matematiky v Princetonu. Onoho odpoledne tam sice mnoho lidí nebylo, stále však ještě dost na to, abych váhal, který z nich je Andrew Wiles. Po chvilce jsem si vytipoval nesměle vyhlížejícího muže, který naslouchal konverzaci kolem sebe, upíjel čaj a vůbec se oddával obvyklému rituálu, který se koná pravidelně okolo čtvrté hodiny odpolední na kterémkoli matematickém pracovišti na světě. Snadno uhodl, kdo jsem.

Zrovna mi končil velmi neobvyklý týden. Poznal jsem několik nejlepších žijících matematiků a začínal jsem nahlížet do jejich světa. Ale navzdory veškerým snahám setkat se s Andrewem Wilesem, promluvit s ním a přesvědčit jej, aby účinkoval v dokumentárním filmu, který chystala stanice BBC v rámci populárně naučného pořadu *Horizon* a který měl pojednávat o jeho objevu, bylo toto naše setkání první. Předě mnou seděl muž, který před nedávnem oznámil světu, že objevil svatý grál světové matematiky, muž, který dokázal Velkou Fermatovu větu. Během našeho rozhovoru se nad ním neustále vznášelo jakési nervózní fluidum duševní nepřítomnosti, a ačkoli se choval zdvořile a přátelsky, bylo zřejmé, že by se nejraději držel ode mne co nejdál. Velice srozumitelně mi dal najevo, že se teď nemůže soustředit na nic jiného než na svou práci, která právě procházela kritickým stadiem. Možná někdy později, až opadne nynější napětí, mu bude potěšením se práce na filmu zúčastnit. Věděl jsem (a on věděl, že to vím), že se právě zhroutily jeho životní ambice a že svatý grál, jež třímal ve své dlaní, se nyní jevil jako pohárek sice krásný a cenný, vhodný však nanejvýš k pití. Právě našel ve svém důkazu chybu.

Historie Velké Fermatovy věty je jedinečná. V době, kdy jsem se s Andrewem Wilesem setkal poprvé, jsem už věděl, že nepochybně jde o jeden z nejnádhernejších příběhů z vědeckého či akademického světa. Viděl jsem palcové titulky v létě 1993, kdy právě oznámený důkaz dostal matematiku na první stránky světového tisku. Měl jsem tehdy jen velice mlhavé představy o tom, co to vlastně Velká Fermatova věta je, bylo mi však jasné, že jde o něco mimořádného. Něco, o čem by možná stálo za to natočit dokument do pořadu *Horizon*. Několik následujících týdnů jsem trávil debatováním s matematiky; s jedněmi, kteří se na vyřešení Fermatovy věty přímo podíleli, s jinými, kteří měli blízko k Andrewovi Wilesovi, a s dalšími, kteří prostě jen prožívali velký okamžik své vědy.

Všichni se se mnou velkoryse dělili o své znalosti historie matematiky, a ačkoli jsem z jejich myšlenek byl schopen pochopit jen velmi málo, trpělivě mi vše vysvětlovali. Velmi rychle jsem rozpoznal, že jde o věc, které může plně porozumět sotva půl tuctu lidí na celém světě. Na chvíli jsem propadl pocitu, že jsem se snad musel zbláznit, když jsem přišel s nápadem natočit o tom film. Od matematiků jsem se však dozvěděl i o něčem jiném: o bohaté historii problému a o hlubokém významu Velké Fermatovy věty pro všechny, kdo se matematikou zabývají. Zde, jak jsem pochopil, leží jádro příběhu.

Bylo mi vysvětleno, že Fermatova věta je jakýmsi himálajským vrcholem teorie čísel, jehož kořeny sahají až k starým Řekům. Poznal jsem čistou krásu matematiky a pochopil jsem, proč je matematika nazývána jazykem přírody. Díky Wilesovým současníkům jsem nahlédl, jak herkulovskou práci odvedl, když zkombinoval nejmodernější postupy teorie čísel a využil je ve svém důkazu. Od jeho přátel v Princetonu jsem se dozvěděl, jakým spletitým způsobem se důkaz během let práce v ústraní vyvíjel. Vytvořil jsem si kromobyčejný obraz Andrewa Wilese a záhady, která ovládla jeho život. Zdálo se však, že mi není souzeno se s ním setkat.

Ačkoli technika Wilesova důkazu patří k tomu nejtěžšímu, co současná matematika zná, krása problému spočívá v tom, jak úžasně jednoduché je jeho vlastní zadání; pochopí je totiž každý školák. Pierre de Fermat byl muž renesanční tradice, který žil v době, kdy lidstvo znovu objevovalo moudrost starých Řeků. Položil si však otázku, která Řeky

nenapadla, a daroval tak světu problém, který se stal největší záhadou všech dob. Navíc po sobě zanechal provokativní poznámku, že on sám odpověď zná; podrobnosti si však nechal pro sebe. To byl počátek honby za důkazem, která trvala více než tři století.

Délka této doby dává tušit, jaký význam celý problém má. Je těžké si představit nějakou úlohu v jakémkoli oboru, která by se dala tak jednoduše zformulovat a která by zároveň tak dlouho odolávala moderní vědě. Vezměme si například posun v poznání, kterého bylo od sedmnáctého století dosaženo ve fyzice, chemii, biologii, medicíně či strojírenství. Medicína se vypracovala od primitivních praktik až ke genetickému inženýrství, ve fyzice došlo k poznání základních stavebních částí atomu, lidská noha se dotkla Měsíce. V teorii čísel však zůstávala Fermatova věta nepokořena.

Během sbírání materiálu jsem si často kladl otázku, proč by vlastně měla Fermatova věta zajímat někoho jiného než matematiky a proč bych o ní měl točit film. Matematiku lze jistě užít v mnoha oborech, v případě teorie čísel mi však jako nejzajímavější byly nabídnuty kryptografie, komunikace s kosmickou lodí a teorie akustického šifrování. Z těchto aplikací se mi žádná nezdála dostatečně atraktivní pro široké publikum. Mnohem zajímavější byli samotní matematikové a hlavně vášeň, kterou svorně projevovali, když hovořili o Fermatově větě.

Matematika je jednou z nejcistších forem myšlení – nezasevcům se dokonce mohou matematikové jevit jako bytosti z jiného světa. To, co mne na rozhovorech s nimi zaujalo, byla neobvyklá přesnost jejich vyjadřování. Téměř nikdy se mi nedostalo okamžité odpovědi na otázku. Často jsem si musel počkat, než v duchu vytvořili precizní formulaci. Teprve pak odpověď přišla, zato však naprosto přesně a pečlivě vyjádřená. Když jsem se na to přímo zeptal Wilesova přítele Petera Sarnaka, vysvětlil mi, že matematik prostě nesnese pomyšlení, že by mohl vyslovit nepravdivý výrok. Samozřejmě, že se řídí svou intuicí a instinktem, ale veškerá jeho formální tvrzení musí být absolutně přesná. Srdcem matematiky je důkaz; je také tím, co odlišuje matematiku od jiných disciplín. V jiných vědních oborech se hypotézy experimentálně testují tak dlouho, dokud nejsou vyvráceny; pak jsou zformulovány hypotézy nové. V matematice je cílem absolutní důkaz, a jakmile je nějaké tvrzení

dokázáno, je jeho platnost ustanovena jednou provždy, bez jakékoli naděje na změnu. Velká Fermatova věta představovala nejvyšší možnou výzvu; tomu, kdo jednou najde důkaz, se mělo dostat uznání všech matematiků světa.

Byly vypsaný ceny a vznikla rivalita. Fermatova věta má bohatou historii, která zahrnuje smrt i podvod, a sama popohnala vývoj světové matematiky kupředu. Jak řekl Barry Mazur, matematik z Harvardovy univerzity, Fermat dodal smyslu těm oblastem matematiky, do kterých spadají vůbec první pokusy o důkaz. Ironií je, že jedna z nich se později stala zásadním stavebním kamenem závěrečného Wilesova důkazu.

Jak jsem postupně získával představu o této vzdálené disciplíně, začala se mi Fermatova věta jevit jako nějaká ústřední paralela vývoje celé matematiky. Fermat je otcem moderní teorie čísel; od jeho doby se matematika vyvinula a rozrůžnila do mnoha tajemných oblastí. V těch pak díky novým metodám vznikly další podoblasti, v nichž se vývoj zastavil. Jak šla staletí, měla Velká Fermatova věta zdánlivě stále méně a méně společného s otázkami, které si kladla moderní věda, a stávala se spíše jakousi kuriozitou. Dnes je ovšem jasné, že se její klíčový význam ve skutečnosti nikdy nezmenšil.

Problémy související s čísly se často podobají zábavným rébusům, a matematici rébusy rádi řeší. Pro Andrewa Wilese představovala Fermatova věta hlavolam mimořádného významu, nic menšího než životní cíl. Před třiceti lety, ještě jako dítě, narazil ve veřejné knihovně na Fermatovu větu poprvé. Stala se jeho inspirací; v dětství i později v dospělosti snil o tom, že větu dokáže. Když se v létě 1993 poprvé domníval, že kýžený důkaz našel, předcházelo tomu sedm let zasvěcených jen práci na problému. To představuje soustředění a odhodlanost, jejichž rozsah si lze jen těžko představit. Mnohé z metod, které používal, nebyly v okamžiku, kdy na problému začal pracovat, ještě známy. Využil prací mnoha skvělých matematiků, zkombinoval myšlenky a vytyčil koncepcce, na jaké se ostatní báli pomyslet. Podle Barryho Mazura v podstatě každý v určitém smyslu tak trochu pracoval na Fermatově větě, ale stranou od hlavní náplně své činnosti. Problém byl tak těžký, že si jeho řešení vyžádalo veškeré vymoženosti soudobé matematiky. Andrew Wiles propojil oblasti matematiky, které zdánlivě nemají nic společného. V tomto smyslu je

jeho práce ospravedlněním rozmanitosti a šíře, do které se matematika za dobu existence problému rozvinula.

Srdcem Andrewova důkazu bylo ověření myšlenky známé jako Tanijamova-Šimurova domněnka, která tvoří most mezi dvěma naprosto vzdálenými matematickými světy. Mnozí považují za hlavní cíl vybudování jedné velké jednotné Matematiky. Obrysy takového jednotného světa lze v Andrewově důkazu zahlédnout. Svým důkazem Fermatovy věty stmelil Wiles nejdůležitější partie teorie čísel poválečného období, a dobudoval tak solidní základnu pro pyramidu domněnek, vystavěných nad Fermatovou větou. Nešlo již jen o samotné řešení nejstaršího problému, šlo o posunutí hranic matematického poznání vůbec. Fermatův jednoduše zadaný rébus, zformulovaný v době, kdy matematika byla v plenkách, na tento okamžik čekal.

Příběh Fermatovy věty dospěl ke kolosálnímu závěru. Pro Andrewa Wilese znamenal konec profesionální izolace, v matematice velmi neobvyklé. Matematika je vyložene kolektivní disciplínou. Během rituálu odpoledních čajů se na všech matematických pracovištích světa společně přetřásají nápady a je zcela běžným jevem, že se výsledky konzultují ještě před tím, než jsou publikovány. Ken Ribet, jedna z ústředních postav fermatovského příběhu, žertoval jen napůl, když mi řekl, že důvodem, proč matematik potřebuje podporu kolegů, je jeho vlastní nejistota. Andrew Wiles se bez této podpory obešel a s výjimkou posledního stadia důkazu si své výsledky nechával pro sebe. I to je mírou významu Fermatovy věty. Byl hnán vášnivou touhou stát se tím, kdo konečně starý problém vyřeší, touhou dostatečně silnou k tomu, aby problému věnoval sedm let života a přitom nikomu neřekl, na čem pracuje. Věděl, že jakkoli se problém mohl zdát irelevantním, dostihy o nalezení jeho důkazu ve skutečnosti nikdy nepolevily, a nemohl tedy riskovat prozrazení.

Po týdnech sbírání materiálu jsem dorazil do Princetonu. Matematicové prožívali tuto dobu s velikým vzrušením. Poznal jsem příběh soutěže, osamění, génia, triumfu, žárlivosti, stresu, ztráty, a dokonce i tragédie. Za již zmíněnou ústřední Tanijamovou-Šimurovou domněnkou se ukrývá tragický život Jutaky Tanijamy v poválečném Japonsku. Měl jsem možnost tento příběh vyslechnout přímo od jeho blízkého přítele Goro Šimury. Od něj jsem se také dozvěděl o pojmu „dobra“.

V matematice se zdá, že co je dobré, je také správné. Nějak se stalo, že toho léta byla celá světová matematika prostoupena dobrem. Všichni oslavovali významný okamžik.

Lze si tedy představit, jakou tíhu odpovědnosti musel Andrew pocítit na podzim roku 1993, když pomalu, ale jistě vyšlo najevo, že důkaz není v pořádku. Navzdory očím celého světa, které se na něho upíraly, a navzdory kolegům volajícím po zveřejnění důkazu se nezhroutil. Jen on sám ví, jak to dokázal. Musel se přizpůsobit změně; místo práce v ústraní podle svého vlastního scénáře nyní náhle tvořil na veřejnosti. Andrew je muž přísně dbající na zachování soukromí, muž, který tvrdě bojoval, aby svou rodinu uchránil před uragánem, který se kolem něho zdvíhal. Během svého týdne v Princetonu jsem mu telefonoval, nechával vzkazy v jeho pracovně, na jeho prahu a u jeho kolegů; dokonce jsem mu z Anglie přivezl čaj a marmite.\* Přesto mi odolal až do onoho náhodného setkání v den mého odjezdu. Následovala tichá napjatá konverzace, trvající všeho všudy ne víc než patnáct minut.

Když jsme se to odpoledne loučili, bylo mezi námi jasno. Jestliže se mu podaří důkaz opravit, vyhledá mne a promluvíme si o filmu. Byl jsem připraven trpělivě čekat, ale ten večer v letadle na cestě domů jsem byl přesvědčen, že na nápad s televizním pořadem mohu zapomenout. Dosud nikdo neodstranil žádnou ze spousty mezer v mnoha pokusech o důkaz Fermatovy věty, které byly podniknuty v posledních třech stech letech. Dějiny byly přímo posety mylnými tvrzeními, a jakkoli jsem si přál, aby se Andrew stal výjimkou, bylo velmi obtížné představit si něco jiného, než že na tomto hřbitově matematiků přibude další náhrobek.

Rok nato jsem dostal telefonem zprávu, že Andrew důkaz opravil a Fermatovu větu dokázal. Za další rok jsme společně našli čas k filmování. Ke spolupráci na filmu jsem pozval Simona Singha. Trávili jsme čas společně s Andrewem a vyslechli jsme od něj celou historii sedmi let práce v osamění i posledního pekelného roku. Během filmování nám Andrew řekl věci, které předtím neřekl nikomu. Hovořil o vnitřních potech z práce, jak byl po třicet let posedlý svým dětským snem, jak, aniž

---

\* Velice osobitý typ výtažku z kvasnic, který se mimo Anglii téměř nedá sehnat, protože kromě Angličanů nikomu nechutná. *Pozn. překl.*



by si to uvědomoval, byla většina jeho matematických studií sbíráním pomůcek k vyřešení problému, který dominoval jeho kariéře, o tom, jak se všechno nenávratně změnilo, o pocitu ztráty problému, který již nebude jeho stálým společníkem, a také o povznášejícím pocitu uvolnění, který se nakonec dostavil. Ačkoli je v této vědní disciplíně téměř nemožné přiblížit laikovi, o co jde, míra emocionálního náboje našich rozhovorů byla nejvyšší, jakou pamatuji v celé své kariéře filmového dokumentaristy z vědeckého prostředí. Pro Andrewa to byl konec jedné životní kapitoly. Pro mne bylo poctou, že jsem mohl být při tom.

Film byl uveden na televizní stanici BBC pod názvem *Horizon: Fermat's Last Theorem*. Simon Singh nyní spojil myšlenky obsažené v těchto rozhovorech s bohatou historií Fermatova problému a s ním související matematiky do této knihy, jež zaznamenává a vypráví jeden z největších příběhů lidského poznání.

John Lynch  
redaktor pořadu *Horizon* stanice BBC  
březen 1997

# Úvod

Příběh Fermatovy věty se proplétá celými dějinami matematiky jako červená nit a dotýká se všech oblastí teorie čísel. Dává nám jedinečnou možnost nahlédnout, co je hnací silou matematiky a – což je snad ještě důležitější – čím jsou matematikové inspirováni. Fermatova věta je ústředním motivem úchvatné ságy plné odhodlání, důmyslu, prohnatosti i tragédie, ságy, ve které účinkují velcí hrdinové matematiky.

Počátky Velké Fermatovy věty sahají až do Řecka, do období o dva tisíce let předcházejícího okamžik, kdy Pierre de Fermat zformuloval problém v té podobě, v jaké ho známe dnes. Problém je tudíž jakýmsi pojítkem mezi základy matematiky položenými Pythagorem a nejsosfistikovanějšími myšlenkami současné matematiky. Při psaní této knížky jsem zvolil víceméně chronologický postup. Začal jsem popisem revolučního přístupu bratrstva pythagorejců a skončil osobním příběhem Andrewa Wilese a jeho úsilí o vyřešení Fermatova hlavolamu.

V kapitole 1 se dočtete o Pythagorovi a pochopíte, proč je jeho věta přímou předchůdkyní Velké Fermatovy věty. Jsou zde také probrány některé základní matematické koncepce, ke kterým se budu v knize vracet. V kapitole 2 se přeneseme ze starověkého Řecka do Francie sedmnáctého století, kde Pierre de Fermat stvořil nejdůmyslnější šarádu v celé historii matematiky. Abych čtenáři přiblížil mimořádnou Fermatovu osobnost a jeho vklad do světové matematiky, který zdaleka nekončí Velkou větou, věnoval jsem několik stránek popisu jeho života a některých jeho brilantních objevů.

Do kapitol 4 a 5 jsem zařadil popis několika pokusů o důkaz Fermatovy věty z osmnáctého, devatenáctého a z počátku dvacátého století. Ačkoli všechny tyto pokusy selhaly, přinesly úžasný arzenál nových matematických metod a pomůcek, z nichž některé byly při závěrečné zteči

Fermatovy věty využity. Vedle matematiky samotné jsem značnou část těchto kapitol věnoval matematikům posedlým Fermatovým odkazem. Z jejich příběhů je dobře patrná ochota matematiků obětovat vše pro hledání pravdy. Mimoto také ilustrují, jak se matematika během staletí vyvíjela.

Zbývající kapitoly knihy jsem věnoval pozoruhodným událostem posledních čtyřiceti let, které vnesly do studia Fermatovy věty převratné změny. Konkrétně kapitoly 6 a 7 jsou zaměřeny na práci Andrewa Wilese, jehož objevy v posledním desetiletí uvedly matematickou obec v úžas. Se-psal jsem je na základě svých obsáhlých rozhovorů s Andrewem Wilesem. Měl jsem příležitost získat svědectví z první ruky o jednom z nejpozoruhodnějších duchovních dobrodružství dvacátého století a doufám, že se mi podařilo přiblížit čtenáři tvůrčí sílu a hrdinství, které Wiles během své zkoušky ohněm musel prokázat.

Při vyprávění příběhu Pierra de Fermat a jeho záhadného hlavolamu jsem se snažil popsat matematické myšlenky tak, abych přitom nemusel vypisovat rovnice. Úplně jsem se tomu však vyhnout nemohl, takže  $x$ ,  $y$  a  $z$  občas nevyhnutelně vystrčí své nepěkné hlavy. Tam, kde se rovnice objeví, jsem se usilovně snažil podat dostatečný výklad, aby i čtenář neznalý základů matematiky porozuměl jejich významu. Pro čtenáře s trochu hlubším náhledem do problému jsem připravil sérii dodatků věnovaných matematickým myšlenkám obsaženým v textu. K případnému dalšímu studiu uvádím soupis literatury, která by laikovi měla přinést podrobnější informace z odpovídajících oblastí matematiky.

Tato kniha by nemohla být napsána bez pomoci a účasti mnoha lidí. Zejména bych rád poděkoval Andrewovi Wilesovi, který věnoval spoustu času dlouhým podrobným rozhovorům v době, kdy byl neustále vystaven velkému stresu. Působil jsem sedm let jako publicista ve vědeckém prostředí a nikdy jsem nepoznal člověka s tak vášnivým zaujetím pro svou práci. Budu mu navždy vděčný, že se uvolil se mnou sdílet svůj příběh.

Také bych rád poděkoval ostatním matematikům, kteří mi při psaní pomáhali a nic nenamítali proti mým všetečným otázkám. Někteří z nich měli sami hluboký podíl na řešení Fermatovy věty, jiní byli prostě jen svědky historických událostí posledních čtyřiceti let. Hodiny, které

jsem s nimi strávil, ať už vyptáváním nebo prostým povídáním, byly ne-smírně příjemné, a vysoce si cením jejich trpělivosti a nadšení, s nimiž mi vysvětlovali tolik krásných matematických nápadů. Jmenovitě bych chtěl poděkovat Johnu Coatesovi, Johnu Conwayovi, Nicku Katzovi, Barrymu Mazurovi, Kenu Ribetovi, Peteru Sarnakovi, Goro Šimurovi a Richardu Taylorovi.

Knihla obsahuje množství ilustrací a portrétů, aby si čtenář mohl vytvořit co nejlepší představu o osobnostech, které mají s Fermatovou větou něco společného. Několik knihoven a archívů mi pomáhalo na hranici svých možností. Jmenovitě děkuji Susaně Oakesové z Londýnské matematické společnosti, Sandře Cummingové z britské Královské společnosti a Ianu Stewartovi z univerzity ve Warwicku. Dále se cítím zavázán Jacquelyně Savaniové z univerzity v Princetonu, Duncanu McAgnusovi, Jeremymu Grayovi, Paulu Balisterovi a Ústavu Isaaca Newtona za pomoc při sbírání materiálu. Mé díky patří také Patricku Walshovi, Christopheru Potterovi, Bernadettě Alvesové, Sanjide O'Conellové a mým rodičům za jejich rady a podporu, jíž se mi během uplynulého roku dostalo.

Zbývá dodat, že mnohé z rozhovorů citovaných v této knize vznikly v době, kdy jsem pracoval na televizním dokumentu o Velké Fermatově větě. Rád bych poděkoval stanici BBC za to, že mi dovolila tento materiál použít. Zejména jsem zavázán Johnu Lynchovi, který se mnou na dokumentu spolupracoval a který můj zájem o tuto problematiku inspiroval.

Simon Singh  
Thakari, Phagwara  
1997