

Nic se neděje

(Původ nuly)

Nebylo jsoucna a ani nejsoucna tehdy

Nebylo vzdušného prostoru ni nebe nad ním

Co se hýbalo? Kde?

Rgvéda (překlad O. Friš)

Historie nuly patří k prastarým příběhům. Její kořeny se táhnou k počátkům matematiky, do časů předcházejících vzniku první civilizace, do dob dávno předtím, než lidé uměli číst a psát. Ale zatímco pro nás je dnes nula něčím přirozeným, v dávné minulosti ji lidé vnímali jako cosi cizího a obávaného. Na Blízkém východě, konkrétně v oblasti Úrodného půlměsíce (oblast mezi údolím egyptského Nilu a povodím mezopotámských řek Eufratu a Tigridu), se několik století před narozením Krista zrodila koncepce, ve které nula nejen vyvolávala představy počáteční prázdnoty, ale některé její vlastnosti byly nebezpečné i v úzce matematickém smyslu slova. Nula má moc otrást základy logiky.

Počátky matematického myšlení se dávají do souvislosti s potřebou počítat předměty, třeba ovce, stanovit hodnotu majetku či sledovat míjení času. Řešení žádné z těchto úloh nevyžaduje nulu; staré civilizace dobře fungovaly dávno před jejím objevem. Ve skutečnosti byla samotná představa nuly pro některé kultury tak odpudivá, že se raději rozhodly žít bez ní.

Život bez nuly

Základní vlastnost nuly spočívá v tom, že v ní v běžném životě užívat nepotřebujeme. Nikdo si přece nechodí nakoupit nulu ryb. Nula je svým způsobem „nejzjemnější“ ze všech základních číslovek a její užití si vynutily až potřeby kultivovaného způsobu myšlení.

Alfred North Whitehead

Pro moderního člověka je obtížné si představit život bez nuly – asi tak, jako kdybychom se měli obejít bez sedmičky či čísla 31. Nicméně byly doby, kdy nula neexistovala – stejně jako tehdy scházela i sedmička a jednatřicítka. Bylo to dříve, než se začala psát historie, a tak paleontologové musejí sestavovat příběh počátků matematiky z kousků kamene a kostí. Tyto fragmenty ukazují, že matematikové doby kamenné byli poněkud neotesanější než jejich moderní kolegové. Místo tabulí totiž pro své zápisy používali vlky, přesněji řečeno vlčí kosti.

Základní klíč k objasnění původu matematiky doby kamenné byl objeven na konci 30. let 20. století, když archeolog Karel Absolon našel v Dolních Věstonicích asi 30 000 let starou vlčí kost s řadou zářezů. Nikdo neví, zda jeskynní člověk, který kost zářezy opatřil – říkejme mu třeba Gog – vruby označoval počet zabitých jelenů nebo počet dnů bez koupele, je ale naprosto zřejmé, že pravěcí lidé něco počítali.

Vlčí kost z doby kamenné je v jistém ohledu ekvivalentem moderního počítače. Gogovi předchůdci neuměli dokonce počítat ani do dvou a nulu samozřejmě neznali. Zdá se, že v samotných začátcích matematiky lidé uměli rozlišovat pouze mezi pojmy jeden a mnoho. Jeskynní člověk měl jeden oštěp nebo mnoho oštěpů, snědl jednoho

nebo mnoho králíků. Žádný jiný způsob vyjádření množství než jeden a mnoho nebyl k dispozici. Časem si primitivní jazyky vyvinuly schopnost rozlišovat mezi jeden, dva a mnoho a eventuálně jeden, dva, tři a mnoho, ale stále neměly označení pro vyšší čísla. Tato omezení platí pro některé jazyky dodnes. Bolivijstí indiáni Siriona či brazilští Yanoamové nemají slovo pro číslovky větší než tři; místo toho užívají tyto dva kmeny označení „mnoho“.

Díky povaze čísel, která je umožňuje navzájem spojovat a vytvářet tak čísla nová, se však početní systém u trojky nezastavil. Po nějaké době začali šikovní členové pravěkých kmenů pojmy vyjadřující počet různě skládat za sebe, navazovat do řad, a tímto způsobem vznikala větší čísla. Jazyky v současné době užívané příslušníky kmenů Bacairi a Bororo (Brazílie) ukazují, jak takový proces probíhal. Oba kmeny mají početní systémy, v nichž číslovky po sobě následují v pořadí „jeden“, „dva“, „dva a jeden“, „dva a dva“, „dva a dva a jeden“ a tak dále. Tito lidé tedy počítají po dvou. Matematikové tomu říkají binární systém.

Jen málo lidí však počítá tak jako příslušníci kmenů Bacairi a Bororo. Stará vlčí kost se zdá pro pravěké početní systémy typičtější. Gogova vlčí kost měla na sobě 55 malých vrubů, uspořádaných do skupin po pěti; druhý, „velký“ zářez následoval po prvních 25 znacích. Vypadá to, že Gog počítal po pěti a pak speciální vrubem označoval skupiny pěti pětic. To jistě dává smysl, je přece mnohem rychlejší spočítat počet značek ve skupinách, než počítat vždycky jeden vrub po druhém. Moderní matematici by řekli, že Gog, rytec do vlčí kosti, používal soustavu, jejímž základem bylo číslo pět.

Proč ale právě pět? Kdyby Gog uspořádal své zářezy do skupin po čtyřech a pak počítal se skupinami 4 a 16, jeho početní systém by fungoval stejně dobře, jako kdyby šlo

o skupiny šesti a 36. Konkrétní seskupování – tedy počet značek v jedné skupině – nemá vliv na počet zářezů na kosti; roli hraje až ve způsobu, jakým Gog jednotlivá uskupení nakonec sčítá. Samozřejmě, že ať už výpočet provádí jakýmkoliv způsobem, dospěje vždy ke stejnému výsledku. Gog dal nicméně přednost uskupení po pěti před soustavami založenými třeba na čtyřech zářezech a jeho preference sdílelo mnoho lidí na celém světě. Příčinou byl rozmar přírody, která přidělila každé lidské bytosti na jedné ruce právě pět prstů. Právě proto se asi číslo pět stalo oblíbeným základem početního systému v mnoha různých kulturách (tzv. quinární soustava). Například staří Řekové používali pro výpočty či účetní operace výraz „pětkování“.

Dokonce i v jihoamerické binární početní soustavě nalézají lingvisté počátky pětkového systému. U Bororů totiž znamená třeba výraz „dva a dva a jeden“ totéž jako „to je dohromady celá moje ruka“. Naši předkové ostatně vůbec rádi počítali pomocí částí svého těla a pětka (ruka), desítka (dvě ruce) a dvacítko (obě ruce a obě nohy) patřily k jejich oblíbeným číslům. V angličtině (i řadě dalších evropských jazyků) mohou označení číslovek jedenáct a dvanáct (eleven a twelve) být odvozena jako „jedna víc než deset“ a „dva víc než deset“ (one over [ten], two over [ten]). Čísla třináct (thirteen), čtrnáct (fourteen), patnáct (fifteen) a další jsou pak už v angličtině vytvořena zkrácením tři a deset (three and ten), čtyři a deset (four and teen) a pět a deset (five and teen). Z toho pak lingvisté vyvozují, že desítka byla základní jednotkou v germánských protojazycích, ze kterých pochází i angličtina, a že tedy tyto národy používaly desítkovou (decimální) početní soustavu. Ve francouzštině je na druhé straně výraz pro osmdesát vytvořen jako quatre-vingts (čtyři dvacítky) a devadesát je

quatre-vingts-dix (čtyři dvacítky a deset). Může to znamenat, že lidé žijící na území dnešní Francie používali početní soustavu naloženou na čísle 20 (tzv. vigesimální soustava). Čísla jako sedm a třicet jedna jsou podobná ve všech jmenovaných systémech – pětkovém, desítkovém i dvacítkovém. Žádná z dosud popsanych soustav ale nemá výraz pro nulu. Tento pojem prostě neexistoval.

Člověk nikdy nepotřebuje zacházet s nulou ovcí či s nulou dětí. Místo, aby vám prodavač ovoce sdělil, že má nulu banánů, prostě konstatuje, že nemá žádné. Na to, aby člověk vyjádřil, že něco nemá, nepotřebuje speciální číslo. Nezdálo se ani nutné mít pojem vyjadřující, že něco neexistuje. A to je také důvod, proč se lidé tak dlouho obešli bez nuly. Nula prostě nebyla zapotřebí.

Schopnost rozpoznat určitý počet či množství měl už prehistorický člověk. Umění počítat se považovalo za dar mystický, tajemný stejně jako sesílání kouzel a vyvolávání bohů. V egyptské Knize mrtvých se praví, že Aqen, převozník duší přes řeku do říše mrtvých, nedovolil vstoupit na svou loďku nikomu, kdo si neuměl spočítat prsty. Aby duše mrtvého převozníka uspokojila, musela odříkat verše přepočítávající prsty. (Řecký převozník Charón na druhé straně vyžadoval za svou službu peníz, který se vkládal nebožtíkovi pod jazyk.)

Ačkoliv matematické schopnosti ve starověkém světě byly ojedinělé, čísla a základy počítání vždycky předcházely vzniku písemných systémů, schopnosti psaní a čtení. V dobách, kdy první civilizace začínaly otiskovat stébla rákosu do hliněných tabulek, vyrývat čísla do kamene a psát nejstarším inkoustem na pergamen a papyrus, už existovaly solidní základy početního systému. Převod ústně tradovaného početního systému do psané formy byl vcelku jednoduchý: bylo pouze potřeba vyřešit způsob zápisu

tak, aby písař mohl slova vyjadřující čísla zaznamenat do trvanlivější podoby. Některé společnosti takovou metodu objevily ještě před vynálezem vlastního písma. Předliterární civilizace Inků používala k počítání *kipu*, svazek barevných provázků s uzlíky.

První písaři zapisovali množství postupem, který odpovídal jejich základnímu početnímu systému, a činili to pravděpodobně tím nejjednodušším způsobem, na který přišli. Společnost ovšem od dob Goga činila pokroky. Místo vytváření dalších a dalších skupin značek vymysleli písaři speciální symboly pro každý typ uskupení; třeba v pětkové soustavě by si asi písař vytvořil určitý znak pro jedničku, jiný symbol pro skupinu pěti, další značku pro skupinu 25 – a tak by to mohlo pokračovat.

Egyptané počítali právě výše popsáním způsobem. Před více než před 5 000 lety, tedy dříve, než vznikly pyramidy, zavedli staří Egyptané systém pro zaznamenávání své desítkové početní soustavy. V roli čísel fungovaly „obrázky“. Jednoduchá vertikální čárka představovala jedničku, zatímco tvar oblého zakončení kosti (respektive jakýsi vršek vlnovky či obrys kopce) reprezentoval číslo 10, tvar loveckého oka (spirálka) 100 atd. Aby egyptský písař zaznamenal nějaký počet, pracoval právě s těmito symboly. Místo, aby zapsal 123 značek pro záznam čísla „jedno sto dvacet tři“, stačilo zapsat šest symbolů: jednu spirálku, dva kopečky a tři rovné svislé čárky. A to byl ve starověku typický způsob počítání. Egypt stejně jako jiné starověké civilizace neznal – a nepotřeboval – nulu.

Už staří Egyptané byli docela dobří matematikové. Značných úspěchů dosáhli v astronomii a uměli zaznamenávat plynutí času. To přitom vzhledem k charakteru kalendářů vyžadovalo používat pokročilé matematické dovednosti.

Vytvoření stabilního kalendáře představovalo pro většinu starověkých národů problém. Většinou se totiž vycházelo z lunárního cyklu a délka měsíce odpovídala době mezi dvěma úplňky. Byla to logická volba; přibývání a ubývání Měsíce na obloze šlo jen těžko přehlédnout, a tak se lunární kalendář nabízel jako vhodná metoda pro registraci periodicky se opakujících časových cyklů. Jenže lunární měsíc má délku mezi 29 a 30 dny. Ať už se dále bude počítat libovolným způsobem, 12 nasčítaných lunárních měsíců odpovídá 354 dnům – což je zhruba o 11 dní méně, než trvá rok sluneční. Započítat ještě třináctý lunární měsíc není řešením, protože by to vedlo zase k roku asi o 19 dnů delšímu. Pokud bychom chtěli stanovit roční období podle lunárních měsíců, dobrali bychom se nedobrých konců – lunární a solární kalendář se rozcházejí (desynchronizují), přičemž doba setí a žní odpovídá samozřejmě roku solárnímu.

Korekce lunárního kalendáře na sluneční rok je komplikovanou záležitostí. Modifikovaný lunární kalendář sice ještě v současné době používá několik států jako například Izrael a Saudská Arábie, lepší systém byl však objeven už asi před 6 000 lety ve starém Egyptě. Tehdejší metoda umožňovala podstatně jednodušší evidenci plynutí času a vedla ke vzniku kalendáře, který zůstával v souladu se skutečnými ročními obdobími po mnoho let. Egypťané používali pro sledování času slunce namísto měsíce – podobně jako je tomu u většiny národů i dnes.

Egyptský kalendář měl stejně jako kalendář lunární 12 měsíců; délka každého měsíce byla stanovena na 30 dnů (to proto, že spočívala na desítkové soustavě; egyptská obdoba našeho týdne měla 10 dní). Vždycky na konci roku se pak přičetlo dalších 5 dnů, což sečteno dohromady odpovídalo roku o délce 365 dnů. Tento systém

byl předchůdcem našeho vlastního kalendáře. Egyptský systém totiž převzali Řekové a později Římané, kteří ho dále modifikovali přidáním přestupných roků; posléze se stal standardním kalendářem celého západního světa. Egypťané, Řekové ani Římané však neznali nulu, a tak ji nenajdeme ani v západním kalendáři. Tento nedostatek způsobí mnohem později tzv. problém milénia, k němuž se podrobněji dostaneme v následující kapitole.

Vznik vylepšeného solárního kalendáře ve starověkém Egyptě byl průlomem. Tato kultura se ale do historie zapísala jedním ještě větším objevem, totiž geometrií. I bez nuly se Egypťané stali matematickými mistry. Bylo to přirozené především s ohledem na neustálou přítomnost divoké řeky. Nil každoročně vystupoval z břehů a zaplavoval oblast delty. Zápavy na jedné straně přinášely nánosy úrodných aluviálních půd, které činily nilskou deltu nejúrodnější oblastí Starého světa. Na druhé straně přitom ale řeka vždy poničila mezníky vyznačující pozemky jednotlivých majitelů. Egypťané brali vlastnická práva velmi vážně. V egyptské Knize mrtvých musel v podsvětí každý nově příchozí přísahat, že neokradl svého souseda o půdu. Pokud byl v tomto ohledu uznán vinným, hříšníkovo srdce vzápětí zhltna masožravá obluda. Krádež půdy Egypťané považovali za stejně závažný zločin jako porušení přísahy, vraždu nebo masturbaci v chrámu.

Egyptští faraóni zavedli funkci odhadců – zeměměřičů, kteří stanovovali škody vzniklé při záplavách a znovu do-
sazovali hraniční mezníky na jejich původní místa; právě při této činnosti se zrodila geometrie. Starověcí zeměměřiči, označovaní jako natahovači provazů (název vznikl díky jejich měřicím zařízením a provazům s uzly, které používali k určování pravých úhlů), se časem naučili určovat plochu půdy tak, že ji rozdělili na čtverce a trojúhelní-

ky. Egypťané také uměli vypočítat objem řady těles, jako byly např. pyramidy. Egypťští matematici byli známí po celém Středomoří a je také pravděpodobné, že první řečtí matematici, mistři geometrie, k nimž patřili Thales a Pythagoras, strávili nějaký čas v Egyptě. Přes veškerou vyspělost egyptské geometrie však nemáme ani jediný doklad o použití nuly.

Alespoň částečně to asi bylo způsobeno tím, že egyptská matematika se orientovala především na řešení praktických problémů. Egypťané dosáhli obrovských pokroků v měření objemů, počítání dní a času, nedostali se však dál než k násobení. Matematika však nebyla používána v teoretických disciplínách, snad jedině s výjimkou astrologie. Důsledkem bylo, že ani nejlepší matematikové nedokázali aplikovat principy geometrie bez vazby na reálný svět – neuměli převést matematické poznatky do systému abstraktní logiky. Matematika se ani nestala součástí jejich filozofie. Naproti tomu Řekové byli jiní, pronikli do světa abstraktního myšlení a filozofie a přivedli matematiku na úroveň, kterou nikdo nepřekonal po celý starověk. Ale ani oni neobjevili nulu. Nula totiž nepřišla ze západu, nýbrž z východu.

Zrození nuly

V dějinách kultury bude objev nuly znamenat vždycky jeden z největších úspěchů lidského rodu.

Tobias Danzig, Číslo – řeč vědy

Řekové rozuměli matematice lépe než Egypťané. Jakmile zvládli egyptskou geometrii, překonali řečtí matematici rychle své učitele.

Řecký číselný systém byl zpočátku podobný egyptskému. Řekové také používali desítkovou číselnou soustavu a existoval jen malý rozdíl mezi způsobem, jímž obě kultury zaznamenávaly svá čísla. Namísto egyptských obrázků zapisovali Řekové čísla jednotlivými písmeny své abecedy. Např. stovka se psala jako H (eta) neboli *hekaton*.

Největším číslem, pro které existoval speciální znak, byla v Řecku byla myriáda; M (jako *myriori*) představovalo 10 000. Existoval také symbol pro pětku, což odpovídá smíšené pětko-desítkové soustavě. Celkově ale byl způsob záznamu čísel v Egyptě a Řecku téměř identický – alespoň do jisté doby. Na rozdíl od Egyptanů totiž Řekové později tento primitivní systém překonali a vyvinuli podstatně sofistikovanější způsob zápisu.

Místo užití dvou čárek reprezentujících číslo 2 nebo tři H vyjadřujících číslo 300 (což odpovídalo egyptskému stylu) přešli Řekové už někdy před rokem 500 př. n. l. na systém zápisu pomocí speciálních písmen pro čísla 2, 3, 300 a mnoho dalších (viz obrázek 1). Tak např. zápis čísla 87 by v egyptské soustavě vyžadoval 15 symbolů: 8 kopečků a 7 svislých čárek. V novém řeckém systému postačily pouze dva symboly: π pro 80 a δ pro 7. (Římský způsob zápisu, který později vytlačil řecký, představoval krok zpět k méně propracovanému egyptskému systému. Zápis

moderní	1 2 3 4	10 20 30	100 200 123
egyptský	I II III IIII	∩ ∩∩ ∩∩∩	@ @@ @∩∩III
řecký (starý způsob)	I II III IIII	Δ ΔΔ ΔΔΔΔ	H HH HΔΔIII
řecký (nový způsob)	α β γ δ	ι κ λ	ρ σ ρκσ
římský	I II III IV	X XX XXX	C CC CXXIII
hebrejský	א ב ג ד	ה ו ז	ק ר רבגק
mayský	= ☉ ☺	☰ ☷ ☺☺

Obr. 1: Zápis čísel v různých kulturách.

čísla 87 římských způsobem vyžaduje 4 různé symboly, z nichž se některé opakují, celkem je tedy potřeba napsat sedm symbolů.)

Ačkoliv řecká početní soustava byla mnohem dokonalejší než egyptská, stále nepředstavovala nejlepší starověký systém. Tento primát totiž náleží východnímu objevu: babylonskému početnímu systému. A díky němu se v oblasti Úrodného půlměsíce, na území dnešního Iráku, můžeme konečně setkat s nulou.

Na první pohled vypadá babylónská soustava jako poněkud úchylná. Tak za prvé, systém je založený na čísle 60 (je tedy šedesátkový neboli sexagesimální). Jde o zvláštní volbu, zvláště pokud si připomeneme, že většina lidských společenství si za základ početního systému vybrala čísla 5, 10 či 20. A za druhé, Babylóňané používali pro vyjádření počtu pouze dva znaky – klín, který představoval číslici 1, a dvojitý klín odpovídající číslici 10. Základními prvky početního systému byly skupiny a podskupiny těchto značek, vyjadřující čísla až do 59 podobně, jako základními prvky řeckého způsobu zápisu byla písmena a egyptského zápisu obrázky. Naprostou odlišností starověkého Babylónu ale bylo to, že namísto existence různých symbolů pro jednotlivá čísla (jak tomu bylo v řeckém a egyptském systému) mohl každý z babylónských symbolů znamenat několik různých čísel. Tak např. jednoduchý klín mohl odpovídat číslům 1, 60, 3 600 a tak dále.

Dnes se nám takový systém zdá podivný, ale starověkému člověku sloužil dokonale. Šlo o jakýsi ekvivalent doby bronzové pro současný počítačový kód. Babylóňané stejně jako některé jiné národy vynalezli skutečně také zařízení, která jim usnadňovala počítání. Nejznámějším z těchto počítadel je abakus. V Japonsku je znám jako *soroban*, v Číně jako *suan-pan*, šcot v Rusku, *coulba* v Turecku,

choreb v Arménii a pod různými jmény v řadě dalších jazyků. Funkce abaku je založena na přeskupování kamínek podle určitých pravidel. Slova *calculate*, *calculus* a *calcium* všechna pocházejí z latinského výrazu pro obláček: *calculus*.

Sčítání na abaku je stejně jednoduché jako posunování oblázků nahoru a dolů. Kameny v různých sloupcích znamenají různé hodnoty a manipulací s nimi může zručný uživatel abaku sčítat značnou rychlostí. Když je výpočet u konce, jediné, co se musí udělat, je podívat se na konečnou pozici kamínek a převést ji zpět na odpovídající číslo – což je velmi jednoduchá operace.

Babylónský systém počítání byl podobný jako abakus, zapsaný symbolicky do hliněné tabulky. Každé seskupení symbolů reprezentovalo určitý počet kamenů, které se předtím posunuly na abaku, a stejně jako každý oddíl – sloupec abaku, mělo každé uskupení znaků hodnotu závisící na jeho pozici. Až potud nebyla babylónská početní soustava příliš odlišná od té současné. Každá 1 v čísle 111 znamená rozdílnou hodnotu. Zprava doleva vyjadřují jedničky postupně čísla jedna, deset a sto.

Babylonský symbol klínu ∇ v uskupení tří klínů $\nabla\nabla\nabla$ znamenal podobně jeden, šedesát nebo 3 600 – opět podle umístění. Fungování takového systému bylo podobné jako u abaku, ovšem až na jednu výjimku. Jak by Babylónan měl napsat číslo 60? Záznam čísla 1 je jednoduchý – jeden klín ∇ . Jeden klín ∇ ale bohužel znamená také 60; jediný rozdíl je v tom, že v tomto případě je klín namísto první pozice na pozici druhé. Na abaku se to snadno podle umístění pozná. Jeden kamínek v prvním sloupci lze od jednoho kamínku ve druhém sloupci rozlišit celkem jednoduše. Při zápisu čísla na hliněnou tabulku to však neplatí. Babylónané neměli možnost rozpoznat, v jaké po-

zici (odpovídající sloupci abaku) byl dotyčný symbol za-
 znamenán. A obtíže se ještě zvětšovaly, pokud šlo o více
 symbolů spojených dohromady. Dva symboly klínů $\Upsilon\Upsilon$
 vedle sebe mohly znamenat čísla 61, 3601, 3 660 nebo do-
 konce ještě vyšší hodnoty.

Řešením problému byl objev nuly. Někdy kolem roku
 300 př. n. l. se v Babylóně začal používat symbol dvou šik-
 mých klínů \blacktriangleright , který reprezentoval prázdné místo odpo-
 vídající volnému sloupci v abaku. Takový speciální sym-
 bol, znak pro obsazení prázdné pozice umožnil snadno
 rozeznat, na jaké „místo“ byly zapsány symboly klínů.
 Před zavedením nuly mohly dva klíny $\Upsilon\Upsilon$ vedle sebe zna-
 menat 61 nebo 3 601. Jakmile se začala používat nula, mo-
 hly dva klíny $\Upsilon\Upsilon$ znamenat už pouze číslo 61. Číslo 3 601
 by totiž bylo zaznamenáno jako $\Upsilon\blacktriangleright\Upsilon$ v jedné skupině (viz
 obrázek 2). V našem chápání to odpovídá zápisu (zprava
 doleva) $1 \times 60^0 + 0 \times 60^1 + 1 \times 60^2$. Nula se tak zrodila z po-
 třeby dát danému sledu symbolů pro čísla jednoznačný
 význam.

Ačkoliv nula byla užitečná, měla význam jen jako znak
 pro obsazení prázdné pozice, který v abaku odpovídal
 sloupci, v němž není žádný kámen. Pro Babyloňany zna-
 menala nula jistotu, že všechny znaky jsou na správných
 místech. Takto chápané dva šikmé klíny neměly de fac-
 to žádnou vlastní numerickou hodnotu. Konec konců,

Před zavedením nuly							
Υ	\blacktriangleleft	$\Upsilon\Upsilon$	$\blacktriangleleft\Upsilon$	$\Upsilon\Upsilon$	$\blacktriangleleft\Upsilon$	$\Upsilon\Upsilon$	$\blacktriangleleft\Upsilon$
1	10	61	601	3 601	36 001	216 001	2 160 001
Υ	\blacktriangleleft	$\Upsilon\Upsilon$	$\blacktriangleleft\Upsilon$	$\Upsilon\blacktriangleright\Upsilon$	$\blacktriangleleft\blacktriangleright\Upsilon$	$\Upsilon\blacktriangleright\blacktriangleright\Upsilon$	$\blacktriangleleft\blacktriangleright\blacktriangleright\Upsilon$
Po zavedení nuly							

Obr. 2: Babylonský způsob zápisu čísel.

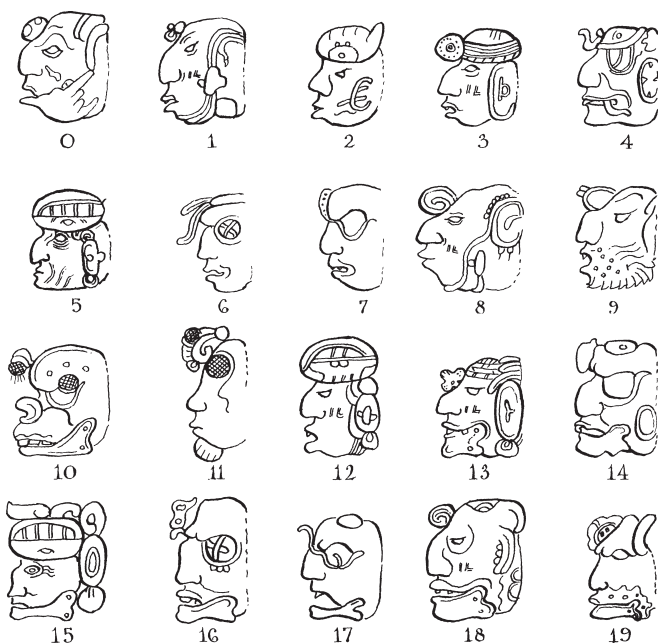
000 002 148 znamená i dnes totéž jako 2 148. Nula byla chápána jako formální znak, nikoli číslice a nepředstavovala žádné číslo, neměla žádnou hodnotu.

Hodnota nuly vyplývá z jejího umístění na číselné ose – tedy z její pozice mezi ostatními čísly. Například číslice dvě patří v posloupnosti před trojku a za číslici jedna, nikam jinam. Prvním číslem této posloupnosti ale nula zpočátku nebyla. Šlo o pouhý symbol a jako takový vůbec nenáležela do hierarchie čísel. Dokonce ani dnes někdy nepočítáme s nulou jako se skutečným číslem a používáme ji jen jako prostředek, umožňující vyplnit prázdné místo, ačkoliv víme, že má také svou vlastní hodnotu. Podívejte se na telefon nebo na horní část klávesnice svého počítače. Nula je až za devítkou, nikoli před číslicí jedna, kam správně patří. Jakoby nezáleželo na tom, kam nulu coby symbol pro obsazení volného místa umístíme a v posloupnosti čísel ji můžeme zařadit kamkoliv. Dnes každý ví, že nula nemůže ležet kdekoli v řadě čísel, protože má svou vlastní velikost. Je to číslo, které odděluje kladná a záporná čísla. Je to sudé číslo a předchází celému číslu jedničky. Nula musí být zařazena v řadě čísel na svém správném místě – před jedničkou a za zápornou jedničkou. Nikde jinde by nedávala smysl. Nicméně nula i dnes stále ještě zůstává na počítačích a telefonech uváděna na posledním místě – to proto, že počítat vždy začínáme od jedné.

Jednička se sice zdá být vhodnou volbou místa, odkud začínáme počítat, ale nule tímto způsobem přiřadíme nepřirozenou pozici. Příslušníkům jiných kultur, jako byli např. Mayové žijící na území dnešního Mexika a dalších zemí střední Ameriky, se počítání od jedné naopak rozumné nezdálo. Mayové měli početní systém a kalendář uspořádaný logičtěji, než je mají naše současné systémy. pro zápis čísel používali Mayové stejně jako Babylóňané

pozičně-hodnotového systému znaků. Jediný skutečný rozdíl spočíval v tom, že namísto šedesátkové soustavy Babylóňanů používali Mayové soustavu dvacítkovou, která do sebe zahrнула pozůstatky staršího desítkového systému. Stejně jako Babylóňané potřebovali i Mayové nulu pro označení prázdné pozice, kam patří číselný znak. Aby to bylo ještě zajímavější, Mayové měli dva typy číslic. Zatímco jednoduchá varianta využívala teček a čárek, složitější způsob zápisu byl založen na tzv. glyfech – vyobrazení groteskních obličejů. Modernímu oku připomínají mayské glyfy něco jako obličej mimozemšťanů (viz obrázek 3).

Podobně jako Egypťané používali i Mayové vynikající solární kalendář. Vzhledem k dvacítkové početní soustavě Mayové přirozeně rozdělili svůj rok na 18 měsíců, kaž-



Obr. 3: Mayské číslice.

dý po dvaceti dnech. To představovalo celkem 360 dnů. Zvláštní perioda zbývajících 5 dnů, nazývaná Uyaeb, se zařazovala na konec roku, který tak celkem odpovídal 365 dnům. Na rozdíl od Egyptanů však Mayové měli ve své početní soustavě nulu, takže pro ně bylo přirozené začít počítat právě od tohoto bodu. První den měsíce Zip se například obvykle nazýval *začátek* či zahájení Zipu. Další (v našem způsobu počítání druhý) den byl 1 Zip, následoval 2 Zip a tak dále až se došlo k 19 Zip. Následujícím dnem byl *začátek* měsíce Zotz neboli 0 Zotz, pak přišel 1 Zotz a tak dále. Každý mayský měsíc měl 20 dní, které se označovaly 0 až 19, nikoli jako v současnosti od 1. Mayský kalendář byl ovšem značně komplikovaný. Vedle uvedeného solárního kalendáře používali totiž ještě kalendář rituální, který měl 20 týdnů – po třinácti dnech. Tento systém zkombinovaný se slunečním rokem pak vytvářel 52letý cyklus, v němž měl každý den své speciální jméno.

Mayský systém dával větší smysl než náš současný. Protože západní kalendář byl vytvořen v dobách, kdy ještě nebyla známa nula, nikdy nemáme žádný den označený jako nulový a ani žádný rok nula. Toto zdánlivě nedůležité opomenutí způsobilo řadu problémů; stálo například v jádru sporu o začátek nového tisíciletí. Mayové by se nikdy kvůli tomu, zda 21. století začíná rokem 2000 nebo 2001, nepřeli. Však to také nebyli oni, kdo položili základy našeho kalendáře; to udělali Egyptané a později Římané. Proto se dodnes potýkáme s problémovým kalendářem bez roku nula.

Neznalost nuly tak způsobila nedostatky našeho kalendáře a byla špatná i pro budoucnost západní matematiky. Egyptská civilizace ve skutečnosti vnesla do vývoje matematiky i další nedostatky. Egyptané například pou-

žívali zvláště komplikovaný způsob vyjadřování zlomků. $3/4$ pro ně nebyly 3 ku 4 (3 díly ze 4), jak to chápeme my dnes, ale cháпали toto číslo jako součet $1/2$ a $1/4$. S jedinou výjimkou v podobě speciálního výrazu pro $2/3$ byly všechny egyptské zlomky zaznamenávány jako součet čísel ve formě $1/n$ (kde n bylo celé číslo) – tedy jako tak zvané kmenové (aliquotní) zlomky. Dlouhé řady těchto jednotkových zlomků, kterými bylo třeba vyjadřovat složitější poměry, pak působily problémy každému, kdo chtěl egyptskou (i řeckou) početní soustavu zvládnout či používat.

Absence nuly činí tento obtížný systém zastaralým. V babylónské soustavě s nulou se naproti tomu zlomky zapisují snadno. Stejně jako my umíme napsat 0,5 místo $1/2$ a 0,75 místo $3/4$, Babylóňané používali čísel 0;30 pro $1/2$ a 0;45 pro $3/4$. Babylónský systém založený na čísle 60 je pro zápis zlomků ve skutečnosti ještě vhodnější než moderní desítková soustava. Řekům a Římanům se bohužel nula natolik nelíbila, že raději lpěli na svém způsobu podobném zápisu egyptskému, než aby přešli na soustavu babylónskou, ačkoliv ta byla pro uživatele jednodušší. Vzhledem k složitosti výpočtů potřebných pro vytvoření astronomických tabulek se ovšem řečtí matematikové rozhodli převádět systém jednotkových zlomků do babylónské šedesátkové soustavy, zde provést příslušné operace a výsledky pak transformovat zpět. Mohli si ušetřit několik časově náročných kroků. (Všichni víme, že převádět zlomky sem a tam je skutečně velká zábava!) Staří Řekové ale odmítali nulu do svého zápisu zahrnout bez ohledu na to, že její užitečnost viděli. A důvod? Nula byla nebezpečná.