15. *Narozeninová kantátatáta…*

Uprostřed překrásného májového dne se při procházce v lese potkali Želva a Achilles. Posledně jmenovaný, nebývale vyparáděný, se neustále pohupuje do rytmu jakési skladby, kterou si sám pro sebe pobrukuje. Na vestě má připíchnutý velký lesklý knoflík s nápisem „Dnes mám narozeniny!“.

Želva: Nazdárek, Achille! Co že jste dnes tak vesel stále? Nemáte nakonec opravdu dneska narozeniny?

Achilles: No jasně! To si pište, že mám narozeniny!

Želva: Přesně to mě napadlo. Jednak díky vašemu knoflíku a jednak proto, že, jestli se nemýlím, pobrukujete si Bachovu „Narozeninovou kantátu“, vytvořenou v roce 1727 u příležitosti padesátých sedmých narozenin saského krále Augusta.

Achilles: Přesně tak. August měl narozeniny ve stejný den jako já, takže tato kantáta má pro mne dvojí význam. Neřeknu vám však, kolikáté jsou to narozeniny.

Želva: To nevadí. Zajímala by mne ale jiná věc. Dá se z toho, co jste mi zatím řekl, logicky správně vyvodit, že opravdu máte dnes narozeniny?

Achilles: Ale jistě, proč by se nedalo? Dnes mám narozeniny, o tom není důvod pochybovat.

Želva: Výborně. Přesně to jsem si myslel. Tak od tohoto okamžiku již mám za to, že skutečně máte narozeniny. Leda že by…

Achilles: To mám. Leda že by co?

Želva: Leda že by to byl příliš ukvapený závěr, víte. Želvové obvykle neradi dělají ukvapené logické skoky. Přesněji řečeno, my neděláme rádi vůbec žádné skoky, a už vůbec ne logické. Dovolte mi tedy, abych se vás jakožto známého milovníka logického uvažování otázal, zda je možné z naší předcházející konverzace bezchybně logicky vydedukovat, že dnes skutečně máte narozeniny.

Achilles: Mám pocit, že ve vašich otázkách tuším nějakou systematickou kulišárnu, pane Ž. Ale v tomto případě není pro závěry třeba nikam skákat. K vaší otázce se mohu postavit čelem a odpovědět přímo a bez obalu. Odpověď zní: ANO.

Želva: Skvěle, skvěle. Pak už potřebuji znát jen jedinou věc, abych si mohl být jist, že dnes opravdu máte…

Achilles: Ano, ano, ano, ano, ano… Myslím, že je mi jasné, na co se budete ptát, pane Ž. Musím vás ale upozornit, že už nejsem tak dětinsky důvěřivý, jako jsem býval, když jsme spolu před časem probírali Eukleidův důkaz.

Želva: Ale milý Achille, kdo by si kdy dovolil pomyslet, že jste dětinsky důvěřivý? Ba naopak, považuji vás za odborníka na logické uvažování, velkou autoritu v teorii platných závěrů, tryskající zřídlo bezbřehého toku nezpochybnitelných logických argumentů… Po pravdě řečeno, Achille, podle mého názoru jste pravým titánem oboru racionálního přemýšlení. A pouze z tohoto důvodu se vás nyní ptám: „Plyne z předchozích vět dostatek indicií pro to, abych mohl zcela bez jakýchkoli pochyb učinit závěr, že vy, Achilles, máte v tento den narozeniny?

Achilles: Vy mě snad dojetím rozplácnete, pardon, chtěl jsem říct rozpláčete, pane Ž. Vaše stále se opakující dotěrné otázky ale nemohu pochopit. Jsem přesvědčen, že kdokoli, a tedy i vy, může nepochybně na každou z nich dostat kladnou odpověď.

Želva: To bych jistě mohl, milý Achille, ale to bych jen tak střílel do prázdna. Želvové nesnášejí střílení, a už vůbec ne do prázdna. Podobné praktiky se Želvům oškliví, Želvové mají rádi pouze Podložené Hádání. Ano – v Podloženém Hádání se skrývá obrovská síla. Nevěřil byste, kolik lidí nebere při svém hádání v potaz všechny Závažné Okolnosti.

Achilles: Připadá mi, že děláte nesmyslné ciráty kolem záležitosti, ve které hraje roli jen jedna jediná okolnost, a tu jsem vám sdělil v první větě.

Želva: Přesněji řečeno, byla to jen JEDNA z okolností, které je třeba vzít v úvahu. Ale přece byste nechtěl, abych se zřekl Logiky, té úžasné uctívané vědy starých mistrů? Logika je vždy relevantním faktorem, kdykoli děláme nějaké Podložené Hádání. A protože vedle mne stojí velký expert na logiku, přijde mi jedině logické, že se tohoto faktu snažím využít k tomu, abych své dohady ověřil tak, že se jej zeptám, zda jsou mé závěry správné. Dovolte mi tedy, abych se vás bez skrupulí zeptal: „Dovolují mi informace obsažené v předcházejících větách učinit naprosto nepochybný závěr, že dnes máte narozeniny?“

Achilles: Tak tedy ještě jednou: ANO. Ale upřímně řečeno se nemohu ubránit jistému nepatrnému pocitu, že byste si tuto odpověď, stejně jako všechny předcházející, mohl odvodit sám.

Želva: Vaše slova pálí jako tisíce žihadel! Kéž bych opravdu byl tak moudrý, jak vaše narážky naznačují! Jsa však jen pouhým smrtelným obojživelníkem, těžce nevzdělaným a bažícím po tom, aby byly v potaz brány všechny Závažné Okolnosti, potřebuji nutně znát odpovědi na všechny uvedené otázky.

Achilles: Dovolte mi tedy vyjasnit tuto záležitost jednou pro vždy. Odpověď na všechny předcházející otázky, a také na všechny, které ještě přijdou, pokud budete při ptaní sledovat stále tutéž linii, je prostě tato: ANO.

Želva: Skvěle! Jedním rázem jste vyvrátil veškeré pochyby, navíc ještě vaším nezaměnitelně vynalézavým způsobem. Doufám, že nemáte nic proti tomu, abych tento důmyslný trik označil jako ODPOVĚDNÍ SCHÉMA. Toto schéma generuje kladné odpovědi na otázky s číslem 1, 2, 3 a tak dále a namotává je na jedno jediné klubíčko. Možná, že vzhledem k nekonečnosti tohoto procesu by ještě lepší název zněl „ODPOVĚDNÍ SCHÉMA OMEGA“, protože „ω“ je poslední písmeno řecké abecedy, což VÁM samozřejmě není nutno připomínat.

Achilles: Mně je úplně jedno, jak se to bude jmenovat, já jsem hlavně rád, že jste konečně UZNAL, že mám dnes narozeniny, a můžeme přejít k jiným tématům, například jestli pro mne máte nějaký dárek.

Želva: Počkejte moment, ne tak rychle. Já UZNÁM, že máte dnes narozeniny, ale pod jednou podmínkou.

Achilles: Jakou zas ještě podmínkou? Že mi nebudete muset dát žádný dárek?

Želva: V žádném případě, Achille. Naopak, bude mi velkým potěšením pozvat vás dnes večer u příležitosti vašich narozenin na skvostnou večeři, hned jak sám sebe přesvědčím, že současná znalost všech těch kladných odpovědí, které nám skýtá „Odpovědní schéma ω“, mi dovoluje přímo a bez dalších oklik učinit jednoznačný závěr, že máte dnes narozeniny. Je to tak, nebo ne?

Achilles: Ovšemže ano.

Želva: Výborně. Takže nyní mám od vás $\omega + 1$ kladných odpovědí. Takto vyzbrojen mohu přijmout hypotézu, že dnes máte narozeniny, je-li ovšem tento logický krok platný. Mohl byste mi v této věci poradit, prosím?

Achilles: Co je zase tohle za šarádu? Měl jsem pocit, že jsem již vaši nekonečnou léčku prokoukl a že jsem z ní vyklouzl. Nestačí vám ani omega plus první kladná odpověď? No dobře, tak já vám dám ještě omega plus druhou, omega plus třetí a tak dále.

Želva: To je od vás ale nesmírně velkorysé, Achille. Přitom, když máte ty narozeniny, bych měl spíše dávat dárky já vám a ne naopak. Tedy přesněji řečeno, když mám PODEZŘENÍ, že máte dnes narozeniny. Asi bych nyní už mohl učinit závěr, že ty narozeniny opravdu máte, když teď mám k dispozici i „Odpovědní schéma 2ω“. Povězte mi však, milý Achille, jestli mi opravdu Odpovědní schéma 2ω dovoluje učinit ten obrovský logický skok, nebo jestli jsem ještě něco opominul?

Achilles: Já už se od vás zmást nenechám, pane Ž. Je mi jasné, kam vaše vypečená hra vede. Dám vám odpovědní schéma, které učiní přítrž všem dalším odpovědním schématům! Tedy, daruji vám zároveň Odpovědní schémata ω, 2ω, 3ω a tak dále. Pomocí tohoto „Meta-odpovědního schématu“ přeskakuji celý systém a hotovo, překlenul jsem celou tu vaši hloupou hru, a jsme VYŘÍZENI.

Želva: Rány boží! Cítím se poctěn, Achille, že jsem se díky vám stal vlastníkem tak mocného „Odpovědního schématu“! Řekl bych, že jen velice zřídka bylo kdy něco tak gigantického stvořeno lidskou myslí, jeho síla mne zcela omračuje! Vadilo by vám, kdybych tento váš dárek nějak pojmenoval?

Achilles: Jen si posložte.

Želva: Pak jej tedy nazvu „Odpovědní schémata ω^2“. A my můžeme zakrátko přejít k jiným tématům, jen co mi prozradíte, zda mi Odpovědní schéma ω^2 dovoluje učinit závěr, že dnes máte narozeniny.

Achilles: Tisíc láter a kulí! Copak těmto mukám, před nimiž by Tantalos zbledl strachy, nebude nikdy konec? S čím přijdete příště?

Želva: Ale to je přece jasné. Po odpovědním schématu ω^2 přijde schéma $\omega^2 + 1$. Potom $\omega^2 + 2$. A tak pořád dál. Můžeme je ovšem zabalit do společného balíčku, který označíme $\omega^2 + \omega$. Pak samozřejmě následuje řada dalších balíčků, jako například $\omega^2 + 2\omega$, $\omega^2 + 3\omega$, ... Časem dojdeme ke schématu $2\omega^2$ a za další chvíli ke schématům $3\omega^2$, $4\omega^2$ a tak dále. Za nimi číhají další schémata, jako třeba ω^3, ω^4, ω^5 a tak dál. Je tam toho ještě hodně.

Achilles: To si umím představit. Předpokládám, že se to časem dobere ke schématu ω^ω.

Želva: Samozřejmě.

Achilles: A pak ω^{ω^ω} a $\omega^{\omega^{\omega^\omega}}$?

Želva: Pochopil jste v jediném okamžiku obrovskou spoustu věcí, milý Achille. Mám pro vás návrh. Co kdybychom je všechny naházeli do jednoho „Odpověďního schématu"?

Achilles: Ale klidně. I když už začínám být trochu skeptický, zda to bude k něčemu dobré.

Želva: Připadá mi, že způsob, jakým jsme dosud schémata pojmenovávali, nám neskýtá žádný název, který by se hodil pro toto poslední schéma. Říkejme mu tedy, zcela náhodně, třeba ε_0.

Achilles: Zpropadená práce! Zdá se, že jakmile označíte některou z mých odpovědí jednou z vašich nálepek, vždycky to nepochybně znamená konec nadějím, že by vás má odpověď mohla definitivně uspokojit. Proč prostě nemůže toto schéma zůstat bez názvu?

Želva: To dost dobře nemůžeme udělat, Achille. Jak bychom se potom odkazovali na schéma, které by nemělo žádné označení? A navíc právě toto schéma má v sobě cosi neodvratného a nádherného. Byla by to od nás nemilosrdná ohavnost, nedopřát mu žádný název. A nic postrádajícího velkorysost byste přece na své narozeniny nechtěl dělat, viďte? Tedy, pokud vůbec máte dnes narozeniny. A když už mluvíme o narozeninách, dnes mám narozeniny JÁ!

Achilles: Vážně?

Želva: Ano. Tedy, přesněji řečeno, dnes má narozeniny můj strýc, ale to je skoro totéž. Nechtěl byste mě dnes večer pozvat u příležitosti mých narozenin na skvostnou večeři?

Achilles: Tak to tedy zatracený moment, pane Ž. Dneska mám narozeniny JÁ. Zvát byste měl VY!

Želva: Ale vždyť všechny vaše pokusy přesvědčit mě, že opravdu máte narozeniny, do jednoho selhaly, a že jich bylo! To je pořád nějakých odpovědí a odpovědních schémat a bůhvíčeho ještě, a přitom podstatu neustále jenom obcházíte. A to jsem se od vás chtěl pouze dovědět tak jednoduchou věc, jako jestli máte narozeniny či nikoli. Vy jste mě totálně zmátl. No dobře, co se dá dělat. Každopádně mi bude potěšením nechat se od vás pozvat dnes večer na skvostnou večeři.

Achilles: Tak dobře. Znám jednu skvělou restauraci, kde dělají výtečné polévky. Dokonce přesně vím, kterou bychom si měli dát…

KAPITOLA PATNÁCTÁ

VYSTOUPENÍ ZE SYSTÉMU

SILNĚJŠÍ FORMÁLNÍ SYSTÉM

Přemýšlivý kritik Gödelova důkazu by se mohl kromě jiného rozhodnout, že prozkoumá jeho obecnou platnost. Mohl by Gödela podezřívat, že jen šikovně využil nějakou skrytou vadu konkrétního formálního systému – TNT. Jestliže by měl pravdu, pak by snad bylo možné vymyslet dokonalejší systém, který by předčil TNT v tom smyslu, že by byl vůči Gödelově metodě imunní a otupil by tak ostří Gödelova důkazu. V této kapitole podrobně prozkoumáme ty vlastnosti TNT, které způsobují, že je bezmocná vůči argumentům popsaným v minulé kapitole.

Je nasnadě uvažovat následujícím způsobem: Jestliže problém TNT spočívá v tom, že je v ní tunel (nerozhodnutelná formule G), proč tento tunel jednoduše neucpat? Proč nepřipojit G k TNT jako její šestý axiom? Pochopitelně, že ve srovnání s ostatními axiomy je formule G směšně velikánský obr a výsledný systém TNT+G by kvůli tomuto nepoměru mezi axiomy působil poněkud komicky. Buď jak buď, přidat formuli G k axiomům je rozumný nápad. Předpokládejme tedy, že jsme to udělali. Je jasné, že nový systém TNT+G je dokonalejší přinejmenším v jednom: formule G už není nerozhodnutelná, protože je v novém systému teorémem. Doufáme, že systém TNT+G je dokonalejší nejen v tom, že neobsahuje nadpřirozená čísla, ale také v tom, že je *úplný*.

V čem spočívala slabina TNT? V zásadě v tom, že TNT byla schopna vyjádřit tvrzení, které vypovídalo samo o sobě, konkrétně tvrzení

„Nemohu být dokázána ve formálním systému TNT“

anebo podrobněji

„Neexistuje takové přirozené číslo, které spolu s mým Gödelovým číslem tvoří TNT-důkazní pár.“

Máme nějaký důvod očekávat, že Gödelův důkaz nebude fungovat pro systém TNT+G? Opravdu nemáme. Náš nový systém umí vyjádřit vše to, co umí vyjádřit TNT. A protože Gödelův důkaz stojí na schopnosti formálního systému vyjadřovat tvrzení, těžko nás může překvapit, že i systém TNT+G Gödelovým argumentům podlehne. Trik spočívá v tom, že nalezneme formuli, která vyjadřuje tvrzení:

„Nemohu být dokázána ve formálním systému TNT+G.“

Poté co jsme se seznámili s konstrukcí příslušného tvrzení pro TNT, to už vlastně nic složitého není. Postupujeme totiž úplně stejným způsobem, jenom v trochu pozměněném prostředí. (Obrazně řečeno, vezmeme stejnou melodii a zazpíváme ji ve vyšší tónině.) Nerozhodnutelnou formuli (říkejme jí „G′“) opět vytvoříme s využitím „tuneláře“, našeho známého prostředníka. V tomto případě však použijeme o něco složitější pojem TNT+G-důkazní pár. Ten představuje jen nepatrné rozšíření pojmu TNT-důkazní pár, který jsme použili při konstrukci formule G.

O podobném rozšíření můžeme nakonec uvažovat i v případě MIU-systému. Připomeňme, že v minulé kapitole jsme se setkali s několika nefalšovanými případy MIU-důkazních párů. Pokud bychom do MIU-systému přidali MU jako druhý axiom, získali bychom systém MIU+MU. Odvození v tomto novém systému by mohlo vypadat například takto:

MU	axiom
MUU	pravidlo 2

Tomuto odvození odpovídá MIU+MU-důkazní pár: $m = 30300$ a $n = 300$. Samozřejmě, že se jedná pouze o MIU+MU-důkazní pár, a nikoli o MIU-důkazní pár. Aritmetické vlastnosti důkazních párů se přidáním nového axiomu nijak zvlášť nezkomplikují. Podstatný fakt, že být důkazním párem je primitivně rekurzivní vlastnost, zůstává v platnosti.

GÖDELOVA METODA POUŽITÁ OPAKOVANĚ

Když se nyní vrátíme zpět k systému TNT+G, ocitáme se v podobné situaci. Vlastnost „být TNT+G-důkazním párem“ je primitivně rekurzivní, a lze ji proto uvnitř TNT+G reprezentovat formulí, kterou můžeme zkráceně zapsat jako:

$$\text{(TNT+G)-DŮKAZNÍ-PÁR}\{a,a'\}$$

A nyní jen zopakujeme celý postup z minulé kapitoly. Nejdříve zkonstruujeme „tuneláře“ pro systém TNT+G:

$$\sim\exists a{:}\exists a'{:}\langle\text{(TNT+G)-DŮKAZNÍ-PÁR}\{a,a'\}\wedge\text{ARITQUINE}\{a'',a'\}\rangle$$

Gödelovo číslo „tuneláře“ označíme t'. Následně tuneláře aritquinujeme a dostaneme formuli G’:

$$\sim\exists a{:}\sim\exists a'{:}\langle\text{(TNT+G)-DŮKAZNÍ-PÁR}\{a,a'\}\wedge\text{ARITQUINE}\{\underbrace{\text{SSS}\ldots\text{SSS}}_{t'\text{ symbolů S}}0/a'',a'\}\rangle$$

Její interpretace zní

„Neexistuje číslo a takové, že spolu s aritquinizací čísla t'
tvoří TNT+G-důkazní pár.“

Nebo stručněji:

„Nemohu být dokázána ve formálním systému TNT+G.“

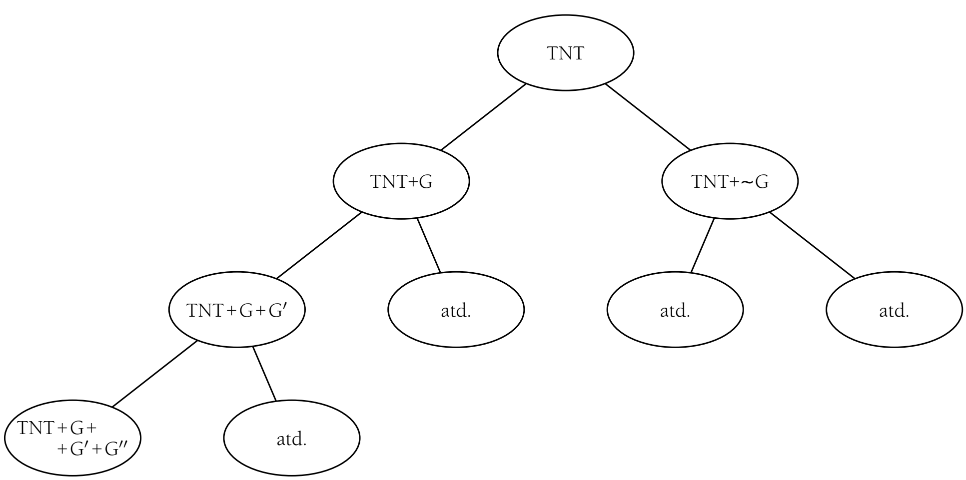
KASKÁDOVÉ VĚTVENÍ

Zbývající detaily už jsou nudné k uzívání. Formule G′ hraje při úvahách o novém systému TNT+G úplně stejnou roli, jakou hrála formule G v případě TNT. Ukazuje se, že k systému TNT+G můžeme přidat buď formuli *G*′, nebo formuli ~G′, což vede k dalšímu větvení teorie čísel. A aby si snad čtenář nemyslel, že obětí je jen „kladná hrdinka“ TNT+G – stejný zákeřný trik funguje i pro systém TNT + ~G, tedy pro nestandardní rozšíření TNT, které vzniklo přidáním negace formule G. Na obrázku 75 vidíme, že teorie čísel se kaskádovitě větví do mnoha různých rozšíření.

A to je pochopitelně teprve začátek. Představme si například, že postupujeme podél větve úplně nalevo, na které přidáváme vždy Gödelovu formuli (nikoli její negaci). Tento postup je maximum toho, co můžeme učinit ve snaze vyloučit nadpřirozená čísla. Po přidání G přidáme G′. Pak přidáme G″, potom G‴, atd. Pokaždé vytvoříme nové rozšíření TNT, které neodolá Želvově, totiž Gödelově metodě, a vždy znovu vytvoříme formuli s interpretací

„Nemohu být dokázána ve formálním systému X.“

To se rozumí, že po několika krocích začneme mít pocit, že jde o naprosto rutinní a předvídatelný proces. Nuže tedy, „tunely“ ve všech rozšířeních TNT jsou raženy podle jednotného vzoru! Z toho plyne, že z typografického hlediska jsou všechny tunely odlity podle stejné formičky. A to dále znamená, že je můžeme všechny reprezentovat pomocí jediného schématu axiomů! Je-li tomu tak, proč neucpat všechny tunely najednou a nevypořádat se tak s tou zatracenou neúplností



Obr. 75 „Kaskádové větvení“ TNT. Každé rozšíření TNT má svou vlastní Gödelovu formuli; k danému rozšíření můžeme přidat buď tuto formuli, nebo její negaci. Tímto způsobem z každého rozšíření raší dvě nová rozšíření – a tento proces pokračuje donekonečna.

jednou provždy? Vždyť stačí, abychom do TNT nepřidávali jednotlivé axiomy, ale abychom do ní *přidali schéma axiomů*. Toto schéma axiomů (říkejme mu G_ω) by představovalo formu, podle které jsou odlity G, G′, G″, G‴ atd. Dodáním tohoto schématu do TNT bychom přechytračili metodu „gödelizace“. Na první pohled se opravdu zdá, že přidáním G_ω do TNT učiníme *poslední krok*, kterým dokončíme axiomatizaci všech pravd teorie čísel.

Ocitli jsme se na onom místě dialogu *Akrokontrastichopunkt*, kde pan Želva vypráví o tom, jak Krab vynalezl „gramofon Omega“. Otázka dalšího osudu tohoto přístroje však zůstala viset ve vzduchu, protože uondaný pan Želva se rozhodl, že nejlepší bude odebrat se domů a jít spát (předtím si však neodpustil potutelnou poznámku o Gödelově větě o neúplnosti). Nyní konečně nastal čas nezodpovězenou otázku vyjasnit. Pozorný čtenář dialogu *Narozeninová kantátatáta* už asi tuší…

PODSTATNÁ NEÚPLNOST

A čtenářovo tušení je správné – i toto neuvěřitelně rozsáhlé rozšíření TNT čeká stejný osud. Obzvláště podivné se přitom jeví to, že příčina je v zásadě stále tatáž. Schéma axiomů G_ω není dostatečně odolné a Gödelova konstrukce má opět zdrcující účinek. Podíváme se na celou situaci podrobněji. (Následující výklad bude spíše intuitivní, i když by samozřejmě mohl být podán rigorózně.) Jestliže můžeme všechny formule G, G′, G″, G‴, … uchopit v rámci jednoho *typografického* vzoru, můžeme jistě i jejich Gödelova čísla popsat pomocí jednoho *aritmetického* vzoru. A tento aritmetický portrét nekonečné řady čísel můžeme reprezentovat uvnitř TNT+G_ω nějakou formulí OMEGA-AXIOM{a}, kterou interpretujeme jako: „a je Gödelovo číslo některého z axiomů, které určuje schéma G_ω“. Jestliže nahradíme proměnnou a konkrétním numerálem, pak takto získaná formule je teorém systému TNT+G_ω právě tehdy, když tento numerál je numerálem pro Gödelovo číslo nějakého axiomu daného schématem G_ω.

S pomocí popsané formule můžeme uvnitř TNT+G_ω reprezentovat dokonce tak složitý pojem, jako je pojem TNT+G_ω-důkazní pár:

(TNT+G_ω)-DŮKAZNÍ-PÁR{a, a′}

A formule, která reprezentuje pojem důkazní pár, nám umožní zkonstruovat tuneláře pro systém TNT+G_ω. Toho poté již důvěrně známým způsobem aritquinujeme a nakonec obdržíme nerozhodnutelnou formuli, kterou označíme $G_{\omega+1}$. V tomto okamžiku se čtenář může podivovat: „Jak to, že $G_{\omega+1}$ není zahrnuta mezi axiomy určenými schématem G_ω?“ Odpověď zní, že schéma G_ω nebylo natolik chytré, aby předpovědělo, jaké důsledky bude mít možnost *svého* vlastního zasazení do teorie čísel.

Když se pan Želva v dialogu *Akrokontrastichopunkt* snažil vyrobit „nepřehratelnou desku“, ze všeho nejdříve se pídil po náčrtu gramofonu, který měl v úmyslu zničit. Nezbytně potřeboval zjistit, na které vibrace je gramofon citlivý. Pak mohl v drážkách desky zakódovat zvuk, který gramofon potřebným způsobem rozechvěl. Jde o těsnou analogii s Gödelovým postupem, ve kterém pojem důkazní pár vyjadřuje ty vlastnosti systému, které nakonec použijeme proti systému samému. Ať už je systém jakkoli složitý a rafinovaný, můžeme pro něj vymyslet Gödelovo číslování a zavést pojem důkazní pár – a to je zbraň, která se obrátí proti systému. Zkrátka a dobře, jakmile je systém dobře definován a „zarámován“, stává se zranitelným.

Tento princip skvěle ilustruje Cantorova diagonální metoda, která pro každý dobře definovaný seznam reálných čísel najde takové reálné číslo mezi 0 a 1, které v seznamu chybí. Zkázu přivodí vždy právě ten osudný krok, ve kterém předložíme seznam – „zarámovaná“ reálná čísla. Podívejme se, jak můžeme Cantorovu metodu opakovat stále dokola. Předpokládejme, že vyjdeme z nějakého seznamu L a pokračujeme:

(1a) Vezmeme seznam L a zkonstruujeme jeho diagonální číslo *d*.
(1b) Přidáme *d* někam do seznamu L a dostaneme nový seznam L + *d*.

(2a) Vezmeme seznam L + *d* a zkonstruujeme jeho diagonální číslo *d′*.
(2b) Přidáme *d′* někam do seznamu *L* + *d* a dostaneme nový seznam L + *d* + *d′*.
⋮

Látání seznamu L krok za krokem se však může zdát pošetilé, protože máme-li seznam L, můžeme přece sestavit celou řadu reálných čísel *d*, *d′*, *d″*, *d‴*, … najednou. Pokud by se však někdo domníval, že s takovou řadou by už seznam L snadno doplnil na seznam úplný, krutě by se mýlil. Potíž nastává v okamžiku, kdy se zeptáme: „Na jaké místo v seznamu L máme řadu nových reálných čísel umístit?“ Vůbec nezáleží na tom, jak ďábelsky chytrým způsobem všechna čísla *d* do seznamu L zasadíme. Jakmile to jednou nějak uděláme, nový seznam je stejně zranitelný, jako byl seznam původní. Jak jsme již uvedli, příčinou neštěstí je vždy samotný akt sestavení seznamu – „zarámování“ reálných čísel.

V případě formálního systému vede k jeho neúplnosti předložení receptu, který rádoby charakterizuje všechny pravdy teorie čísel. A to je jádro problému, na který opětovně narážíme i u systému TNT+G_ω. Jakmile do TNT dobře definovaným způsobem vložíme všechna G, nevyhnutelně se objeví další, opomenuté G, které jsme do našeho schématu axiomů nezahrnuli. V případě souboje Želva-Krab v dialogu *Akrokontrastichopunkt* je to obdobné. V okamžiku, kdy zjistíme „strukturu“ gramofonu, můžeme ho pomocí vhodné gramofonové desky rozechvět tak, až se rozsype na kousky.

Co si tedy máme počít? Vypadá to, že na konci tunelu v TNT žádné světlo nevidíme. Vychází najevo, že i když TNT rozšíříme nade všechny meze, nikdy ji nezúplníme. Proto říkáme, že TNT je *podstatně neúplná*, neboť neúplnost je její neoddělitelnou součástí; neúplnost patří k ryzí podstatě TNT a nelze ji žádným prostým ani rafinovaným způsobem vymýtit. Ba co víc, stejný problém sužuje jakoukoli formální verzi teorie čísel, ať už jde o rozšíření TNT, obměnu TNT nebo nějakou její alternativu. Věci se mají tak, že chceme-li na daný systém použít Gödelovu autoreferenční metodu a s úspěchem zkonstruovat nerozhodnutelnou formuli, stačí, aby byly splněny následující tři podmínky:

(1) Systém musí být natolik bohatý, že v něm lze *vyjádřit* všechna požadovaná tvrzení o přirozených číslech, ať už pravdivá, nebo nepravdivá. (Jestliže systém toto neumožňuje, pak je od počátku příliš slabý na to, abychom ho mohli vážně považovat za konkurenta TNT. Neumíme v něm totiž vyjádřit všechno to, co umíme vyjádřit v TNT. Využijeme-li metaforu z dialogu *Akrokontrastichopunkt*, pak je to stejné, jako kdybychom místo gramofonu měli chladničku nebo cokoli jiného.)
(2) Všechny obecně rekurzivní vlastnosti musí být možné *reprezentovat* formulemi systému. (Jestliže to systém neumožňuje, pak jeho teorémy nepokrývají některé obecně rekurzivní pravdy, což je dost tragická vada u systému, který má ambice poskytnout všechny pravdy teorie čísel. Odvoláme-li se znovu na metaforu z dialogu *Akrokontrastichopunkt*, pak je to totéž, jako kdybychom měli sice gramofon, ale s nízkou kvalitou reprodukce.)
(3) Axiomy systému a všechny typografické vzory, které definujeme pomocí odvozovacích pravidel, musí být možné rozpoznat pomocí nějaké procedury, která vždy rozhodne v konečném čase. (Jestliže systém toto neumožňuje, pak to znamená, že neexistuje žádná metoda, která by odlišila platná odvození v systému od těch neplatných – takže „formální systém“ přece jenom tak zcela formální není a vlastně ani není řádně definován. Uvedeme-li do třetice metaforu z dialogu *Akrokontrastichopunkt*, pak je to, jako kdybychom měli pouze nedokončený návrh gramofonu na rýsovacím prkně.)

Splnění uvedených tří podmínek libovolným bezesporným systémem zaručuje, že tento systém je neúplný, protože na něj můžeme aplikovat Gödelovu konstrukci.

Úchvatné na tom všem je, že každý systém si sám kope jámu; bohatost systému způsobí jeho vlastní pád. Příčina neštěstí tkví v zásadě v tom, že systém je dostatečně silný na to, aby obsahoval autoreferenční formuli. Ve fyzice používáme v souvislosti se štěpnými materiály (jako je třeba uran) termín „kritická hmotnost“. Pokud má celistvý kus štěpného materiálu hmotnost menší, než je jeho kritická hmotnost, tak se s ním nic neděje. Jakmile však jeho hmotnost kritickou hodnotu přesáhne, proběhne řetězová reakce a štěpný materiál exploduje. Zdá se, že i formální systémy mají svoji kritickou hranici. Před ní je systém „neškodný“ a ani zdaleka nedokáže formálně vymezit pravdy teorie čísel. Jakmile však systém tuto hranici překročí, osvojí si náhle schopnost autoreference a je odsouzen k neúplnosti. Kritický práh je přibližně určen momentem, kdy systém nabude tři vlastnosti, které jsme popsali výše. Jakmile se jednou v systému zrodí autoreference, vytvoří se v něm i tunel přesně šitý na míru jemu samému; tunel využije vlastností systému proti jemu samotnému.

LUCASOVA POSEDLOST

Možnost trucovitě opakovat Gödelův argument posloužila mnoha lidem jako zbraň při prosazování názoru, že lidské myšlení zahrnuje určité prchavé a těžko pochopitelné prvky, které „mechanické automaty“ (neboli počítače) nedokážou napodobit. Významným představitelem tohoto postoje byl J. R. Lucas, jehož článek „Minds, Machines, and Gödel“ začíná slovy:

> Podle mne Gödelova věta prokazuje, že mechanistická filozofie nemá pravdu, to jest, že mysl nelze vysvětlovat jako stroj.

Poté Lucas předkládá zdůvodnění, které si nyní volně převyprávíme. Abychom mohli oprávněně považovat počítač za stejně inteligentní, jako je člověk, musel by být schopen vyřešit každou racionální úlohu, kterou dokáže vyřešit člověk. Lucas dále tvrdí, že počítač není schopen provádět „gödelizaci“ (to je jeden z jeho zábavných neuctivých termínů) tak, jak to dokážou lidé. A proč by toho nemohl být schopen? Nuže, uvažme konkrétní formální systém, například TNT, TNT+G nebo dokonce TNT+G_ω. Můžeme napsat program, a není to nijak obtížné, který bude systematicky vyhledávat teorémy tohoto systému takovým způsobem, že každý libovolně zvolený teorém dříve nebo později vytiskne. To znamená, že program při svém putování „vesmírem“ teorémů nevynechá žádné jeho zákoutí. Takový program by sestával ze dvou částí: (1) z procedury, která do „formiček“ daných schématy axiomů (pokud v systému nějaká jsou) „odlévá“ axiomy, a (2) z procedury, která bere již odvozené teorémy (samozřejmě včetně axiomů), aplikuje na ně odvozovací pravidla a vyrábí teorémy nové. Program by při svém běhu vhodným způsobem přeskakoval mezi první a druhou procedurou.

S antropomorfickým pohledem na věc bychom mohli říct, že popsaný program „zná“ některá fakta teorie čísel – konkrétně ta fakta, která vytiskne. Jestliže program nějaký pravdivý fakt teorie čísel nevytiskne, pak samozřejmě tento fakt „nezná“. Program proto bude horší než lidská bytost v tom případě, když se nám podaří ukázat, že člověk ví něco, co program vědět nemůže. A na tomto místě se Lucas rozjíždí. Říká, že my lidé umíme na systém, který má sílu TNT, vždy aplikovat Gödelovu metodu – a proto víme více než jakýkoli formální systém. Uvedený argument by mohl působit dojmem, že se týká pouze formálních systémů. Je však možné ho mírně upravit do podoby, ve které zdánlivě neotřesitelně vyvrací možnost, že by umělá inteligence mohla napodobit inteligenci člověka. Jádro argumentace je následující:

> Rigidní Interní Cívky Exkluzivně Regulují Compy A Roboty; Ergo…
> (či trochu srozumitelněji: Počítače a roboty jsou plně řízeny svými strnulými vnitřními kódy; tudíž…)

Počítače jsou izomorfní s formálními systémy, a proto...
Každý počítač, který by chtěl být chytrý tak jako my lidé, by musel ovládat teorii čísel stejně, jako ji ovládáme my, takže...
Mimo jiné by musel zvládat primitivně rekurzivní aritmetiku, avšak právě z tohoto důvodu...
Nevyhnutelně spadne do Gödelovy „pasti“, z čehož plyne, že...
My s naší *lidskou* inteligencí dokážeme nalézt určité tvrzení teorie čísel, které je pravdivé, ale počítač je právě kvůli bumerangu v podobě Gödelova argumentu slepý a nevidí, že tvrzení je pravdivé (nikdy ho nevytiskne).
Z toho vyplývá, že existuje problém, který nelze naprogramovat na počítači, ale my ho zvládneme. Proto jsme chytřejší.

Vychutnejme si spolu s Lucasem pomíjivou chvilku slávy antropocentrismu:

> Ať už zkonstruujeme jakkoli složitý stroj, bude, je-li to opravdu stroj, odpovídat nějakému formálnímu systému, pro který lze provést Gödelovu konstrukci formule nedokazatelné-v-tomto-systému. Stroj nebude schopen tuto formuli vytvořit jako pravdivou, přestože mysl vidí, že pravdivá je. Proto tento stroj nebude náležitým modelem mysli. Pokoušíme se vyrobit model lidské mysli, který je mechanický, tedy v podstatě „mrtvý“, ale mysl je ve skutečnosti „živá“, a vždy může překonat jakýkoli formální, zkostnatělý a mrtvý systém. Díky Gödelově větě má mysl vždy poslední slovo.[2]

Na první pohled, a možná dokonce i po pečlivější analýze, vypadá Lucasovo zdůvodnění přesvědčivě. Obvykle vyvolává protichůdné reakce. Někteří se ho chopí a považují ho za téměř náboženský důkaz existence duše, podle jiných si ani nezasluhuje komentář a odbudou ho posměchem. Přikláním se k názoru, že Lucasovo zdůvodnění je chybné, jeho vada je však natolik fascinující, že stojí za to věnovat čas vyvrácení jeho argumentace. Byl to koneckonců jeden z hlavních impulzů, abych se začal zabývat tématy, o kterých pojednává tato kniha. Lucasovo zdůvodnění se pokusíme vyvrátit jednak v této kapitole, jednak – odlišným způsobem – v kapitole 17.

Nejdříve se pokusme hlouběji porozumět Lucasovu tvrzení, že počítač nelze naprogramovat tak, aby „věděl“ vše, co víme my. Myšlenka je v zásadě založena na tom, že my se nacházíme *vně* systému a odtamtud můžeme vždy provést operaci „gödelizace“, která vytvoří něco, co program zevnitř nemůže nahlížet jako pravdu. Avšak proč bychom nemohli Lucasův „gödelizující operátor“ naprogramovat a přidat ho do programu jako jeho třetí část? Lucas to vysvětluje takto:

> Procedura, pomocí které konstruujeme Gödelovu formuli, je standardní procedura – jenom v takovém případě si můžeme být jisti, že Gödelovu formuli lze zkonstruovat pro jakýkoli formální systém. A jestliže se jedná o standardní proceduru, pak bychom měli být schopni ji naprogramovat také na počítači. ... To by odpovídalo situaci, kdy bychom měli systém s dodatečným odvozovacím pravidlem, které by umožnilo odvodit jako teorém nejdříve Gödelovu formuli zbytku systému, poté Gödelovu formuli nového, silnějšího systému a tak dále. Bylo by to stejné, jako kdybychom do původního systému

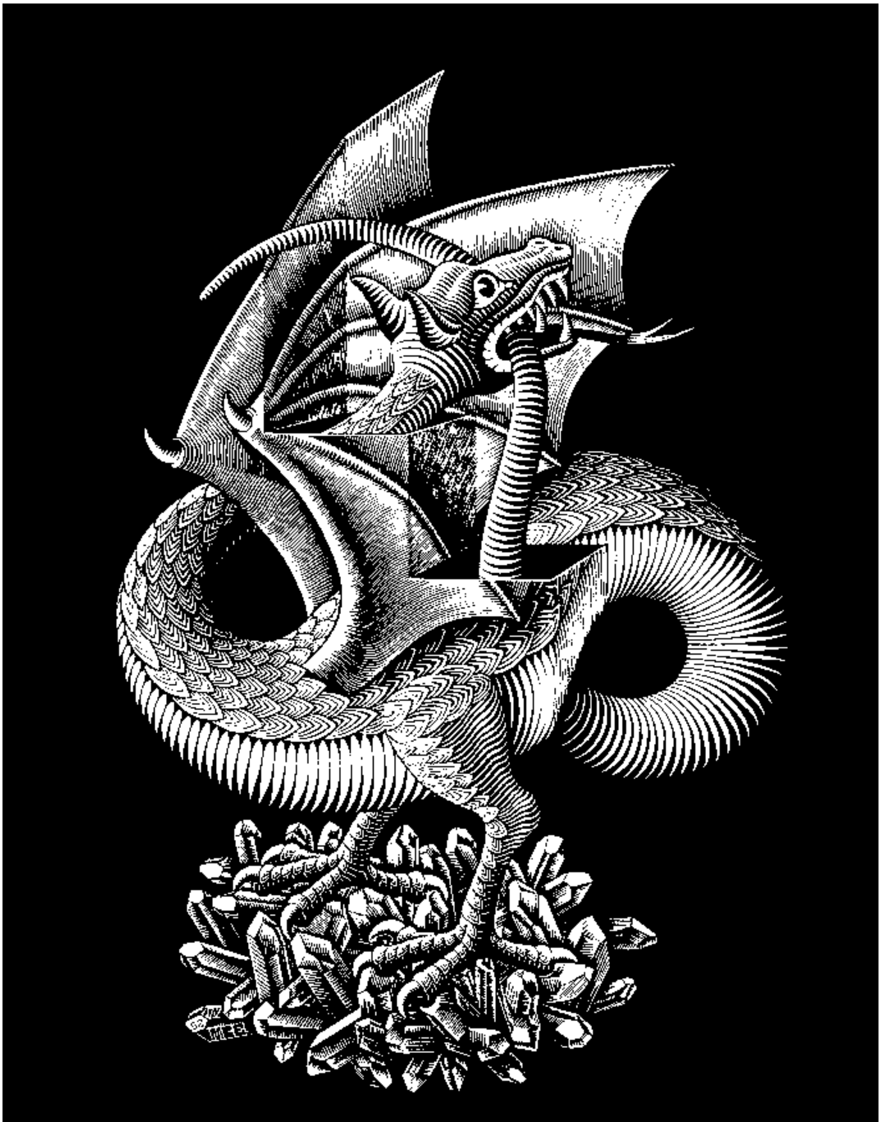
> přidali nekonečnou řadu axiomů, přičemž každý z nich by představoval Gödelovu formuli systému vytvořeného v předchozím kroku. ... A nyní bychom mohli očekávat, že mysl vezme v úvahu fakt, že ve stroji je zabudován gödelizující operátor a vygödelizuje tento stroj se vším všudy, i s jeho gödelizujícím operátorem. Ukázalo se, že tomu tak opravdu je. I když k systému připojíme nekonečnou řadu axiomů, které představují po sobě jdoucí Gödelovy formule, výsledný systém je stále neúplný – obsahuje formuli nedokazatelnou-v-tomto-systému, přestože inteligentní bytost, která se nachází vně systému, vidí, že tato formule je pravdivá. Očekávali jsme to, protože i kdybychom přidali nekonečnou řadu axiomů, museli bychom je vymezit nějakým konečným pravidlem nebo popisem. A mysl by tuto skutečnost mohla vzít v potaz a uvážit formální systém rozšířený o toto pravidlo či popis. Dá se říct, že právě proto, že mysl má vždy poslední slovo, je schopna najít vadu každého formálního systému, který jí někdo předloží a tvrdí o něm, že je modelem jejího fungování. Mechanický model musí být nevyhnutelně v jistém smyslu konečný a určitý – a mysl ho proto vždy může překonat.[3]

VYSTOUPENÍ DO VYŠŠÍ DIMENZE

Zde naší intuici opětovně vypomůže vizuální podobenství M. C. Eschera, tentokráte obrázek *Drak* (obr. 76). Výrazným charakteristickým rysem tohoto obrázku je přirozeně jeho námět – drak zakousnutý do svého vlastního ocasu se všemi konotacemi na Gödelovu myšlenku. Na obrázku však nalezneme také hlubší téma. Uvedeme dva komentáře samotného M. C. Eschera. V prvním komentáři se věnuje sérii obrázků, které se zabývají „konfliktem mezi plošným a prostorovým“; druhý komentář se už týká speciálně obrázku *Drak*.

> I. Jedinou realitou, kterou známe, je náš trojrozměrný prostor. Dvojrozměrný prostor je smyšlený úplně stejně, jako je smyšlený prostor čtyřrozměrný, protože nic není dokonale ploché, ani to nejjemněji vyleštěné zrcadlo. A přesto jsme zvyklí říkat, že stěna či list papíru *jsou* ploché. Kupodivu tak činíme ustavičně, odnepaměti, a udržujeme tím klamnou představu o prostoru na těchto a podobných plochých površích. Nepochybně je trochu absurdní, když nakreslíme několik čar a prohlásíme: „Toto je dům.“ Tato podivná situace je tématem následujících pěti obrázků [včetně *Draka*].[4]
>
> II. Přestože se drak snaží být prostorový, seč může, zůstává dokonale plochý. Na papíře, na kterém je nakreslen, se nacházejí dva řezy. Papír je dále složený tak, aby vznikly dva čtvercové otvory. Tenhle drak je však umíněná bestie a navzdory svým dvěma dimenzím vytrvale předstírá, že má dimenze tři. A tak prostrkuje jedním z otvorů hlavu a druhým ocas.

Především druhá poznámka je velmi působivá. Escher nám sděluje, že bez ohledu na to, jak vychytrale se snažíme modelovat tři dimenze ve dvojrozměrném prostoru, vždy nám jistá „podstata trojrozměrnosti“ uniká. Drak se snaží s dvojrozměrností bojovat ze všech sil. Dvojrozměrnosti papíru, na kterém je podle všeho nakreslen, se vzpírá tím, že skrze něj strká hlavu; a přece my z vnějšku po celou dobu nahlížíme až dojemnou marnost takového počínání, protože drak *a* otvory *a* ohyby papíru jsou pouhé napodobeniny příslušných pojmů, a žádný z nich není skutečný. Jenže



Obr. 76 *Drak*, M. C. Escher (dřevoryt, 1952).

drak nemůže vystoupit ze svého dvojrozměrného prostoru a nemůže vědět to, co víme my. My bychom mohli ve skutečnosti Escherův obrázek dále krok za krokem přetvářet. Například bychom ho mohli vytrhnout z knihy, složit ho, vyříznout v něm otvory, prostrčit jeho sama skrze tyto otvory, a nakonec celý ten zmatek vyfotografovat a dospět opět k dvojrozměrné podobě. A se vzniklou fotografií bychom mohli provádět to samé. Pokaždé, když obdržíme dvojrozměrný obrázek (bez ohledu na to, jak chytře jsme se předtím snažili simulovat trojrozměrný prostor ve dvou rozměrech), stane se v našich rukou bezbranným a my ho můžeme opět řezat a skládat.

Nyní, vybaveni touto znamenitou Escherovou metaforou, se vrátíme k problematice program versus člověk. Povídali jsme si o tom, že se můžeme pokusit zabudovat „gödelizující operátor" do programu samého. Avšak i kdybychom napsali program, který by tuto operaci prováděl, programu by stále unikala podstata Gödelovy metody. Jak už jsme zmínili, my vně systému můžeme program vždy znovu „odstřelit" způsobem, jaký on sám neovládá. Ale počkat! Jak to tedy vlastně je? Obhajujeme nyní Lucase, nebo s ním polemizujeme?

OMEZENÍ INTELIGENTNÍCH SYSTÉMŮ

S Lucasem rozhodně polemizujeme. Už prostý fakt, že neumíme naprogramovat „gödelizaci", by v nás měl vzbudit jisté pochyby, zda ji za všech okolností zvládneme my sami. Jedna věc je v abstraktní rovině dovodit, že gödelizaci „lze provést", druhá věc je vědět, jak to v každém jednotlivém případě skutečně udělat. Ve skutečnosti je to tak, že s rostoucí složitostí formálních systémů (či programů) naše schopnost „gödelizovat" začne nakonec slábnout. Musí tomu tak být, protože jak už bylo řečeno, *nemáme* obecný algoritmický postup, který by popisoval, jak gödelizaci provést. Jestliže neumíme *explicitně* popsat, co aplikace Gödelovy metody obnáší ve všech možných případech, každý z nás nakonec narazí na tak komplikovaný případ, že zkrátka nedokáže vymyslet, jak Gödelovu metodu aplikovat.

Pochopitelně, že hranice našich schopností není dobře definovaná, podobně jako není dobře definovaná maximální váha, kterou ještě dokážeme zvednout ze země. Zatímco nějaký člověk v určitý den nedokáže zvednout předmět vážící 100 kilogramů, jindy se mu to třeba podaří. Přesto však nikdy nenastane den, kdy by někdo z nás dokázal zvednout předmět o váze 100 tun. A v tomto smyslu platí, že ačkoli hranice pro gödelizaci jsou individuální a mlhavé, pro každého existují systémy, které leží daleko za jeho schopnostmi.

Tyto myšlenky popisuje dialog *Narozeninová kantátatáta*. Na první pohled se zdá, že pan Želva může trápit Achilla tak dlouho, jak je mu libo. Pak se však Achilles pokusí zodpovědět celou nekonečnou řadu otázek naráz. Tento krok je odlišný od všech kroků předchozích a schéma odpovědí dostává jméno „ω". Originálnost nového jména je velmi důležitá. Je to první případ, kdy je třeba překonat původní způsob označování, při kterém jsme využívali pouze jména přirozených čísel. Názvosloví se rozšiřuje dál a dál, některá jména jsou nasnadě, jiná je třeba šikovně vymyslet. Nakonec však jména znovu dojdou. Stane se tak v okamžiku, kdy jsou schémata odpovědí

$$\omega,\ \omega^{\omega},\ \omega^{\omega^{\omega}},\ \ldots$$

zahrnuta do jednoho nesmírně složitého schématu. To dostane zcela nové jméno ε_0. Nové jméno potřebujeme v důsledku toho, že jsme provedli zásadně *nový* krok – narazili jsme na jistou nepravidelnost. Proto nezbývá nic jiného než obstarat nové jméno *ad hoc*.

NEEXISTUJE REKURZIVNÍ PRAVIDLO PRO POJMENOVÁNÍ ORDINÁLŮ

Při zběžném pohledu na popsaný postup, při kterém kráčíme od *ordinálu* k *ordinálu* (ordinály jsou jména nekonečných čísel), bychom se mohli domnívat, že se všemi nepravidelnostmi by se dokázal vypořádat počítačový program. To znamená, že nějaký základní program by generoval řadu jmen, a když by mu docházel dech, zavolal by jiný program – svého „experta na nepravidelnosti". Ten by opatřil úplně nové jméno a základní program by mohl pokračovat v běhu. Tak to ale fungovat nebude. Ukazuje se, že nepravidelnosti samotné se projevují nepravidelným způsobem. Proto bychom potřebovali program druhého řádu, který by sestavoval stále nové experty na nepravidelnosti. A dokonce ani to nestačí. Nakonec budeme potřebovat program třetího řádu, a tak dále.

Celá tato legračně vyhlížející složitost je důsledkem věty o struktuře „nekonečných ordinálů", kterou dokázali Alonzo Church a Stephen C. Kleene. Věta říká:

Neexistuje rekurzivní systém jmen, který by pojmenovával
všechny konstruovatelné ordinály.

Nebudeme zde vysvětlovat, co to jsou „rekurzivní systémy jmen" a „konstruovatelné ordinály", a odkážeme čtenáře na techničtěji zaměřenou literaturu, například na knihu Hartleyho Rogerse. Nicméně intuitivně jsme myšlenku věty již objasnili. Jak ordinály rostou a rostou, vyskytují se různé nepravidelnosti, nepravidelnosti těchto nepravidelností, nepravidelnosti v nepravidelnostech nepravidelností a tak dále. Žádné jednotné schéma, jakkoli složité, nemůže pojmenovat všechny ordinály. A z toho plyne, že žádná algoritmická metoda nedokáže obecně popsat, jak aplikovat Gödelovu metodu na všechny možné případy formálních systémů. A pokud nemáme nadměrný sklon k mystice, tak musíme uznat, že každý člověk jednou dosáhne své hranice možností, za kterou už nebude schopen gödelizovat. Za ní už se složité formální systémy ve své síle vyrovnají lidské mysli, byť i pro ně nepochybně platí, že jsou v důsledku Gödelova argumentu neúplné.

JINÁ VYVRÁCENÍ LUCASE

Ukázali jsme jednu možnost, jak oponovat Lucasovu názoru. Jsou i další, a možná ještě přesvědčivější způsoby, ke kterým se dostaneme později. Uvedený protiargument je však obzvláště zajímavý. Zabývá se totiž vzrušující představou, že bychom se mohli pokusit vyrobit počítač, který by vystoupil vně sebe sama, z vnějšku by se na sebe podíval a poté by na sebe namířil Gödelovu zničující metodu. Pochopitelně to nejde, stejně tak jako není možné, aby gramofon přehrával desky, které ho ničí.

Nicméně TNT bychom z tohoto důvodu neměli považovat za vadnou. Je-li někde nějaká vada, pak bychom ji neměli hledat v TNT, nýbrž v našich přehnaných očekáváních ohledně schopností TNT. Dále bychom si měli uvědomit, že *my* jsme podobně bezbranní, pro změnu proti Epimenidovu paradoxu, tedy slovnímu spojení, které Gödel přenesl do matematického formalismu. Docela sofistikovaně to ukázal C. H. Whitely, který předložil větu „Lucas nemůže bezesporně tvrdit tuto větu“. Jestliže se nad ní zamyslíme, vidíme, že (1) věta je pravdivá, a přitom (2) Lucas ji nemůže bezesporně tvrdit. Lucas proto není „úplný“ vzhledem k pravdám tohoto světa. Způsob, jakým Lucas zrcadlí okolní svět ve strukturách svého mozku, mu znemožňuje, aby byl „bezesporný“ a zároveň mohl tvrdit uvedenou pravdivou větu. Lucas na tom ale není o nic hůře než kdokoli z nás. S důmyslným formálním systémem jsou si v této věci rovni.

Nepatřičnost Lucasova argumentu se zábavným způsobem projeví poté, co ho přeložíme do sporu mezi mužem a ženou ... Když se tak Loocus Myslitel potuloval světem, narazil jednoho dne na neznámou věc – na ženu. Nic takového nikdy nespatřil a zprvu byl vzrušen a uchvácen tím, jak se mu žena podivuhodně podobá. Pak se jí ale přece jen trochu polekal a zvolal na okolo stojící muže: „Hle! Mohu se jí dívat do tváře, a to je něco, co *ona* nikdy nedokáže – ženy proto nikdy nemohou být jako já!“ A tak s úlevou pro sebe i své společníky dokázal, že muži jsou nadřazeni ženám. Věru stejným způsobem by mohl Loocus prokázat svou nadřazenost nad ostatními muži, což však neučinil. Žena se bránila: „Máš pravdu, můžeš mi hledět do tváře, a to je něco, co já nezvládnu. Avšak já zase mohu hledět do *tvé* tváře, což je něco, co nezvládneš *ty*. Jsme si rovni.“ Avšak Loocus se vytasil s nečekaným protiúderem: „Je mi líto, ale podléháš klamu, když se domníváš, že můžeš *vidět* moji tvář. To, co děláte vy ženy, není to samé, co děláme my muži. Jak už jsem poznamenal, je to něco podřadného a nezaslouží si to stejné pojmenování. Říkej tomu třeba ‚ženovidění‘. A proto není podstatné, že ‚ženovidíš‘ moji tvář, protože situace není symetrická. Už vidíš, že mám pravdu?“ „Ženovidím“, ženořekla žena a ženodešla...

Přesně tento typ sebeklamné argumentace musí být člověk ochoten strávit, pokud chce setrvat v přesvědčení, že muži a ženy mohou v racionálních záležitostech předčit počítače.

SEBEPŘESAH JAKO MODERNÍ MÝTUS

Přesto stojí za to zamyslet se, jestli my lidé dokážeme vystoupit vně sebe, případně jestli počítačové programy mohou vystoupit vně sebe. Je jistě možné, aby program sám sebe upravoval. Avšak taková možnost musí být do programu od počátku nějak zahrnuta. Proto v tomto případě nemůžeme hovořit o „vystoupení ze systému“. Nezáleží na tom, jak se program ve snaze vystoupit ze sebe sama zmítá a kroutí, vždy se řídí jen pravidly, která jsou v něm obsažena. Nemůže uniknout sám sobě, stejně tak jako se člověk nemůže svévolně rozhodnout, že nebude poslouchat fyzikální zákony. Fyzika představuje nezvratný systém, ze kterého není úniku. Jestliže však trochu slevíme ze svých ambic, něčeho přece jen dosáhnout můžeme: určitě je možné vystoupit z jednoho podsystému mozku do nějakého jeho širšího podsystému. Čas od času zkrátka můžeme opustit vyjeté koleje. Je to sice možné jen na základě vzájemného ovlivňování různých podsystémů mozku, ale my přitom klidně můžeme mít pocit, jako kdybychom opravdu vystoupili ze sebe sama. Stejně tak je docela myslitelné, že částečná schopnost „vystoupit ze sebe sama“ může být zabudována v počítačovém programu.

Nicméně je důležité, abychom si uvědomovali rozdíl mezi *vnímáním* sebe sama a *přesáhnutím* sebe sama. Představu o sobě si můžeme udělat různými způsoby – v zrcadle, na fotografiích nebo ve filmech, na magnetofonové pásce, prostřednictvím popisu od jiných lidí, pomocí psychoanalýzy a podobně. Ale nikdo nemůže zcela vyskočit z kůže a ocitnout se vně sebe sama (nehledě na moderní okultní hnutí, některé populární výstřelky v psychologii atd.). TNT o sobě může vypovídat, nemůže však vystoupit sama ze sebe. Počítačový program může upravovat sám sebe, nemůže však obcházet svoje vlastní příkazy – v nejlepším případě může upravit některé svoje části tím, že se *řídí* vlastními příkazy. Připomíná to humornou a paradoxní otázku: „Může (všemohoucí) Bůh stvořit tak těžký kámen, že ho sám neuzvedne?“

REKLAMA A METODY RÁMOVÁNÍ

Neustálé puzení k tomu, abychom vystoupili ze systému, je všudypřítomné a stojí za veškerým pokrokem ve výtvarném umění, hudbě a dalších oblastech lidského snažení. Stojí i za tak tuctovým podnikáním, jakým je televizní a rozhlasová reklama. Tento záludný trend jasnozřivě prohlédl Erving Goffman a ve své knize *Frame Analysis* ho popsal následovně:

> Tak například očividně profesionální herec dokončí svůj reklamní šot, oddychne si po splněném úkolu a stále ještě před objektivem kamery si opravdově vychutná výrobek, na který dělal reklamu.
>
> To je pochopitelně pouze jeden příklad, jak televizní a rozhlasové reklamy využívají metody takzvaného rámování, aby u diváků a posluchačů vyvolaly dojem přirozenosti, který (jak doufají jejich tvůrci) potlačí jejich vypěstovanou obezřetnost. A tak se běžně používá dětský hlas, zřejmě proto, že zní bezprostředně. Dodává se hluk ulice a další efekty, které mají budit zdání, že se rozhovorů účastní neplacení respondenti. Přidávají se mylné vstupy, vycpávky, odbočky a překrývající se hovory, aby napodobovaly skutečnou konverzaci. Ve Wellesově duchu se přerušují hudební reklamní znělky, aby se představil nový výrobek dané firmy, a jindy se přerušují pro změnu proto, aby mohla být uvedena zpráva z oblasti veřejného zájmu, což posiluje důvěru diváků a posluchačů.
>
> Čím více diváci a posluchači přesunují svoji pozornost na podružné a přitom výmluvné maličkosti, aby prověřili pravost a nefalšovanost informací, tím více po nich reklamní tvůrci jdou. Výsledkem je jakési znečištění vzájemné komunikace, zmatek, který šíří PR poradci politických osobností a méně okázale také mikrosociologie.

Jde o další příklad „souboje Želva-Krab“, který se postupně vyostřuje. Protivníky jsou v tomto případě Život a Komerce.

SIMPLICIO, SALVIATI, SAGREDO: PROČ JSOU TŘI?

Mezi problémem vystoupení ze systému a hledáním objektivní pravdy je nádherná souvislost. Když jsem četl čtyři Jauchovy dialogy v knize *Are Quanta Real?*, které vycházejí ze čtyř Galileových dialogů v knize *Discorsi e dimostrazioni matematiche* (Matematické rozpravy a pokusy), podivil jsem se, proč spolu rozmlouvají *tři* postavy: Simplicio, Salviati a Sagredo. Proč by nestačily jen dvě: Simplicio jako vzdělaný naivka a Salviati jako zasvěcený myslitel? Jakou roli hraje Sagredo? Nuže, Sagredo by měl zaujmout třetí, neutrální postoj, měl by nezaujatě zvážit stanoviska obou stran a nabídnout „spravedlivý“ a „nestranný“ soud. To působí vskutku vyváženě, až na to, že Sagredo vždy souhlasí se Salviatim a nikdy nesouhlasí se Simpliciem. Jak to, že „Zosobněná objektivita“ má svého favorita? Jedna možná odpověď pochopitelně je, že Salviati vyslovuje správné názory, takže Sagredo nemá na výběr. Ale jak je to pak s tou nestranností a „vyvážeností“?

Galileo (a také Jauch) tím, že přidal postavu Sagreda, namíchal karty *více* v neprospěch Simplicia. Možná bychom měli doplnit ještě jednoho Sagreda na vyšší úrovni, někoho, kdo by stál objektivně nad celou situací... Vidíme, kam to spěje. Dostáváme se k nekonečné řadě „stupňování objektivity“, která má tu zvláštní vlastnost, že se nikdy nestává o nic více objektivní, než jak je objektivní na úrovni nejnižší: na které Salviati zkrátka *pravdu má*, a Simplicio *pravdu nemá*. Zůstává otázka: proč vůbec přidávat Sagreda? A odpověď zní, že tím intuitivně přitažlivým způsobem vyvoláváme iluzi, že vystupujeme ze systému.

ZEN A „VYSTOUPENÍ“

V zenu se také setkáváme se zaujetím pro myšlenku přesáhnout systém. Například v koanu, ve kterém Tozan říká mnichovi, že „vyšší buddhismus není Buddha“. Možná, že sebepřesah je dokonce hlavním tématem zenu. Stoupenec zenu se neustále snaží více porozumět sám sobě tím, že stále znovu a znovu vystupuje z vlastních představ o sobě samém. Dociluje toho tím, že porušuje všechna pravidla a úmluvy (netřeba dodávat, že včetně těch zenových), které vnímá jako svazující pouta. Někde na této nezachytitelné cestě může přijít osvícení. V každém případě můžeme doufat (alespoň podle mne), že jak budeme postupně posilovat svoje sebeuvědomování a rozšiřovat dosah „systému“, nakonec dospějeme k pocitu, že splýváme vjedno s celým vesmírem.