

PŘEDMLUVA

Tulák z písničky Geoffa Macka byl prý všude, tedy jmenovitě v následujících městech: Reno, Chicago, Fargo, Buffalo, Toronto, Winslow, Sarasota, Wichita, Tulsa, Ottawa, Oklahoma, Tampa, Panama, Mattawa, LaPaloma, Bangor, Baltimore, Salvador, Amarillo, Tocopillo, Barranquilla a Padilla.

Jednou v noci v únoru roku 1988 jsme se s kamarádem Vaškem Chvátalem rozhodli pokračovat ve šlépějích matematických obrů a pokusit se vyřešit problém, jak najít nejkratší cestu mezi různými městy - třeba mezi těmi v písni Geoffa Macka. Hned příští ráno jsme vyrazili do obchodu Tri-State Camera, což je počítačový obchůdek na dolním Manhattanu. Když se přítomný technik dozvěděl, že jsme matematici a chceme rychlý počítač, podíval se nám do očí a zeptal se varovně: „Nechystáte se náhodou vyřešit problém obchodního cestujícího?“ Když si na tento okamžik dnes vzpomenu, myslím, že jeho výstraha byla namístě. Byl to první z řady počítačů, které jsme doslova odrovnali během následujících dvaceti let věnovaných hledání řešení.

Problém obchodního cestujícího zní takto: nalezněte nejkratší cestu mezi všemi městy na daném seznamu s tím, že každé město smíte navštívit pouze jednou a musíte se vrátit zpět tam, kde jste začínali. Tulák z písničky by musel teoreticky ověřit všech 51 090 942 171 709 440 000 cest mezi 22 městy, aby našel tu nejkratší. I nejrychlejšímu superpočítači by taková úloha na nějaký ten den dala docela zabrat, ale při trošce trpělivosti bychom vypsali všechny cesty a našli tak i tu nejkratší. Ale co když bychom měli hledat nejkratší cestu mezi stovkou měst? Pak by bylo zkontrolování všech cest zhora nemožné, i kdybychom na to rezervovali výkon všech počítačů na celém světě.

To ještě neznamená, že problém sám je obtížný - co když lze najít nejkratší cestu jinak, než že vypíšeme všechny možnosti? Vždyť skutečně existují podobné problémy, kde je ještě více kandidátů na řešení a které umíme řešit relativně snadno. Problém obchodního cestujícího je fascinující tím, že se i přes snahu ohromného počtu vynikajících matematiků pořád neví, jestli lze obecně najít nejkratší cestu podstatně rychleji než vypsáním všech

možností. Je dokonce reálná možnost, že žádná taková efektivní metoda vůbec neexistuje. Je to hluboká matematická otázka: existuje efektivní řešení problému nebo ne? Otázka se dotýká hlubokých partií výpočtové složitosti a mezi efektivního počítání. Na odvážlivce, kteří by se rádi pustili do řešení obecného problému obchodního cestujícího, čeká i sladká odměna: Clayův matematický institut vypsal odměnu 1 000 000 dolarů pro kohokoli, kdo jako první přijde s efektivním řešením, nebo dokáže, že žádné takové řešení neexistuje.

Od úplného řešení můžeme být v současné době hodně daleko. Ale to neznamená, že jsme složili ruce do klína a nemáme nic. Opak je pravdou - existuje velký počet dílčích výsledků a hypotéz, které jsou jak krásné, tak i hluboké. Pokud jde o velikost úloh, které umíme řešit, v roce 2006 jsme vyřešili problém s 85 900 městy; výpočet zabral celkem 136 let strojového času (a to uvažujeme superrychlý počítač), protože bylo třeba projít neuvěřitelné množství případů. Z praktického hlediska si tak nevedeme špatně: u většiny úloh, se kterými se ve skutečnosti setkáte, umíme rychle najít nejkratší nebo skoro nejkratší cestu.

Jednou z kladných stránek obtížnosti problému je skutečnost, že motivuje nové objevy a nové techniky na poli aplikované matematiky, operačního výzkumu a matematického programování. A další objevy už čekají za rohem. Hlavním cílem této knihy je proto vzbudit v čtenáři zájem o tuto problematiku a motivovat ho k samostatnému hledání.

Při psaní knihy mi pomáhalo hodně lidí, kterým bych zde rád poděkoval. V prvé řadě zmíním své kamarády a spolupracovníky - jsou to David Applegate, Robert Bixby a Vašek Chvátal. Přes dvacet let jsme se spolu snažili odhalit tajemství obchodního cestujícího. Hned za nimi jsou Michel Balinsky, Mark Baruch, Robert Bland, Sylvia Boydová, William Cunningham, Michel Goemans, Timothy Gowers, Nick Harvey, Keld Helsgaun, Alan Hoffman, David Johnson, Richard Karp, Mitchel Keller, Anton Kleywegt, Bernhard Korte, Harold Kuhn, Jan Karel Lenstra, George Nemhauser, Gary Parker, William Pulleyblank, Andre Rohe, Lex Schrijver, Bruce Shepherd, Stan Wagon, David Shmoys, Gerhard Woeginger a Phil Wolfe, kterým patří dík ze příjemné rozhovory o matematických i historických souvislostech problému.

Obrázky a historický materiál poskytli: Hernan Abeledo, Leonard Adleman, David Applegate, Masashi Aono, Jessie Brainerd, Robert Bixby, Adrian Bondy, Robert Bosch, John Bartholdi, Nicos Christofides, James Dalgety, Todd Eckdahl, Daniel Espinoza, Greg Fasshauer, Lisa Fleischerová, Philip Galanter,

Brett Gibson, Marcos Goycoolea, Martin Grötschel, Merle Fulkerson Guthrie, Nick Harvey, Keld Helsgaun, Olaf Holland, Thomas Isrealsen, David Johnson, Michael Jünger, Brian Kernighan, Bärbel Klaaßen, Bernhard Korte, Drew Krause, Harold Kuhn, Pamela Walker Laird, Ailsa Land, Julian Lethbridge, Adam Letchford, Panagiotis Miliotis, J. Eric Morales, Randall Munroe, Yuichi Nagata, Denis Naddef, Jaroslav Nešetřil, Manfred Padberg, Elias Pampalk, Rochelle Pluth, Ina Prinz, William Pulleyblank, Gerhard Reinelt, Giovanni Rinaldi, Ron Schreck, Éva Tardosová, Mukund Thapa, Michael Trick, Marc Uetz, Yushi Uno, Günter Wallner, Jan Wiener a Uwe Zimmermann. Děkuji jim za ochotu.

Knihu jsem napsal ve skvělém prostředí Školy průmyslového a systémového inženýrství H. Milтона Stewarta při Technologickém institutu v Georgii (Georgia Tech) a Oddělení operačního výzkumu a finančního inženýrství Princetonské univerzity. Můj výzkum problému obchodního cestujícího byl podporován granty Národní vědecké nadace (CMMI-0726370) a Úřadu námořního výzkumu (N00014-09-1-0048) a velkorysým darem od A. Russela Chandlera III. Vážím si jejich trvalé podpory.

Konečně bych rád poděkoval své rodině, Monice, Bennymu a Lindě, za výdrž, se kterou poslouchali tolik roků mé příběhy o obchodním cestujícím.