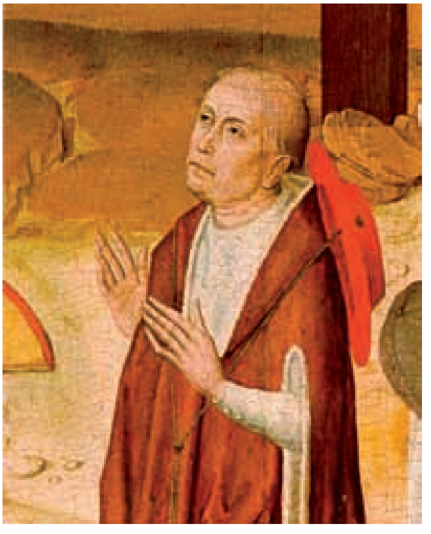
Kvadratura kruhu

Poté co jsme prozkoumali vlastnosti π a došli k tomu, že je transcendentní, je jasné, že jakékoli pokusy o kvadraturu kruhu jsou marné. Ovšem v době před Lindemannem existovalo mnoho lidí, kteří byli v dobré víře do hledání velmi zapálení a přicházeli často s rozumnými aproximacemi. Většina lovců nových čísel π se vlastně snažila původně provést kvadraturu. Slovy jednoho tehdejšího vtipálka, byli zasaženi nakažlivou nemocí jménem *morbus cyclometricus*, která nutí nakažené pídit se po kvadratuře kruhu. Typický „kvadraturista" je muž středního věku s pramalou znalostí matematiky, v logice slabý a osamělý člověk, který nechápe význam slova „nelze", je přesvědčen o důležitosti tohoto problému i o odměně, kterou by měl dostat, a aby toho nebylo málo, je také plodným katalogizátorem a spisovatelem. Není to rozhodně lichotivý popis, ale je pravdivý.

Římský filozof Boëthius (asi 480–524) se ve své knize *Liber circuli* holedbal (krátce před popravou, ke které ho za spiknutí odsoudil ostrogótský král Theodorich), že provedl kvadraturu kruhu, ale že důkaz je tak dlouhý, že by se mu celý nevešel na papír. Podobnou poznámku použil později i Fermat u své slavné poslední – a mnoho let nedokázané – věty. Protože dnes s jistotou víme, že kvadratura kruhu není možná, Boëthius se buď mýlil, nebo lhal.

Trochu blíže současnosti narazíme na věhlasného německého kardinála Mikuláše Kusánského (1401–1464); byl to intelektuál takového formátu, že z jeho sofistikovaných úvah o nekonečnu vycházel i Kepler a Cantor. Byl skvělým lingvistou, právníkem, filozofem, astronomem a spíše numerologem než matematikem. Jako geometr se pokusil (podle svého názoru úspěšně) o kvadraturu kruhu. Jeho současník Johannes Müller von Königsberg (1436–1476), známý též pod latinizovaným pseudonymem Regiomontanus (nebo Regiomontano), byl ale jiného názoru. Jako velký obdivovatel Archimeda a lepší matematik než náš duchovní vyvrátil toto tvrzení a dokázal, že v jeho díle *De qua-*



Kardinál Mikuláš Kusánský, kterému se údajně podařilo provést kvadraturu kruhu.

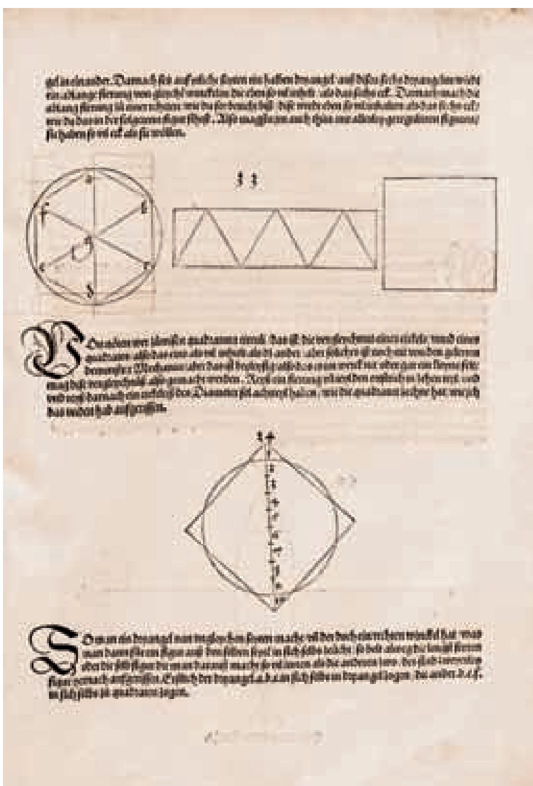
dratura circuli (O kvadratuře kruhu) žádná kvadratura není. Abychom mu ale nekřivdili, Mikulášova aproximace π (kterou on považoval za přesnou hodnotu) je celkem dobrá: 3,142 3… Regiomontanova hodnota je 3,142 43.

O něco později, v roce 1585, Adriaan Anthonisz (asi 1543–1620), otec Adriaana Metiuse (1571–1635), vypočítal, že π leží mezi 377/120 a 333/106. Jeho syn to měl s pokusem o kvadraturu kruhu snadné: stačilo vzít průměr čitatelů a jmenovatelů:

$$\pi = \frac{\frac{1}{2}(377 + 333)}{\frac{1}{2}(120 + 106)} = \frac{355}{113} = 3{,}141\,592\,92\ldots$$

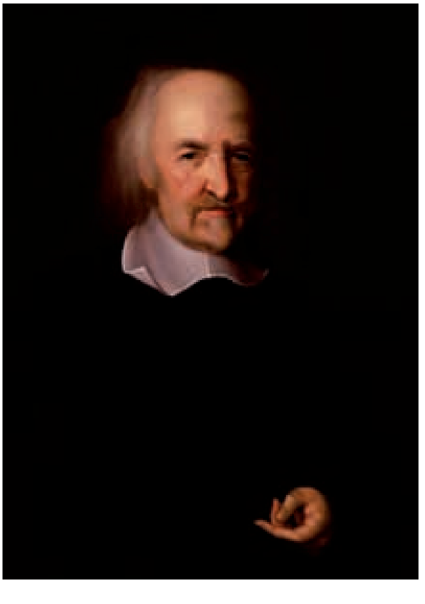
Je to dobrá aproximace, ale jak se dalo čekat, kvadratura z toho nebude…

V roce 1525 se slavný umělec Albrecht Dürer (1471–1528) také pokusil o kvadraturu kruhu, ale upozornil na to, že konstrukce je pouze přibližná.



Strana z Dürerovy knihy Underweysung der Messung *(Uvedení do měřičství), která znázorňuje přibližnou kvadraturu kruhu.*

Asi nejznámější příběh o kvadratuře se týká Thomase Hobbese (1588 až 1679), slavného filozofa a představitele empirismu, a Johna Wallise (1616 až 1703), předního britského matematika. Hobbes byl podle všeho velmi inteligentní muž, ale protože neměl vzdělání v geometrii, v publikaci *De corpore* (O tělese) z roku 1655 uvedl, že provedl mimo jiné i kvadraturu kruhu. To samozřejmě nemohla být pravda a Wallis ve svém díle *Elenchus geometriæ Hobbianæ* uvedl několik chyb a neodpustil si pár drsných, ale pravdivých poznámek o Hobbesově talentu na geometrii. Musíme zmínit, že Wallis byl navíc presbyterián, čímž byl *de facto* ateistovi Hobbesovi dvakrát odporný. Hobbesovy matematické dovednosti byly slabé: ctitelem Eukleida se stal až ve 40 letech, ale koneckonců i mnozí jiní filozofové byli v matematice slabí, přestože jejich přínos na jiném poli byl značný. Například Marx v polovině 19. století prohlásil, že dialektický materialismus můžeme odvodit z kvadratické rovnice. Hobbesův problém tkvěl v tom, že nejenom nedokázal přiznat své chyby, ale také se nedokázal přenést přes způsobené křivdy, což ventiloval ve svých dílech. Jízlivé názvy jeho děl jsou vlastně celkem vtipné, např. *Příznaky absurdní geometrie, venkovské mluvy, politiky Skotské církve a barbarismu Johna Wallise.* Sokové se rozhodně navzájem nešetřili. Například Wallis obvinil Hobbese z plagiátů myšlenek svých současníků: „…pokud se ve vašem díle najde něco pravdivého, nejsou to vaše myšlenky, ale nápady ukradené jiným."



Thomas Hobbes (vlevo) a John Wallis (nahoře) mezi sebou vedli dlouhodobý spor a navzájem se ve svých dílech uráželi. Jádrem jejich sváru byla kvadratura kruhu.

JOHN WALLIS (1616–1703)

Světoznámý symbol nekonečna ∞ vděčí za svou slávu přednímu anglickému matematikovi Johnu Wallisovi, neboť právě on jej zavedl. Ve spojení s Královskou společností pracoval na dešifrování zpráv a mimoto se věnoval kalkulu, tehdejšímu módnímu výstřelku v oblasti vědy. V této oblasti přinesl mnoho nových zajímavých poznatků. Jeho nejpamátnějším výtvorem na poli řad, a to konkrétně nekonečných součinů, je následující nádherný a užitečný vzorec:

$$\prod_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)(2n)}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{2 \times 2}{1 \times 3} \times \frac{4 \times 4}{3 \times 5} \times \frac{6 \times 6}{5 \times 7} \times \frac{8 \times 8}{7 \times 9} \times \ldots = \frac{\pi}{2}.$$

Wallis byl také velmi zdatný v počítání zpaměti, možná i proto, že trpěl nespavostí. Zabýval se i teologií, logikou a gramatikou a věnoval mnoho času vyučování hluchoněmých.

Grégoire de Saint-Vincent (1584–1667), belgický jezuita, kterému vděčíme mimo jiné za polární souřadnice, vymyslel systém podobný integraci, pomocí nějž bylo možné provést kvadraturu hyperboly – a tvrdil, že vyřešil kvadraturu kruhu. Jeho současníci informaci přijali pochopitelně skepticky a chybu v jeho postupu nakonec objevil Christiaan Huygens. Zmiňujeme ho zde proto, že jeho práce byla jinak výborná a podařilo se mu dokázat mnoho zajímavých a matematicky správných věcí.

Další typický příklad hledače kvadratury kruhu je výrobce mýdla Jacob Marcelis (1636–1714), který tvrdil, že

$$\pi = 3\frac{1\,008\,449\,087\,377\,541\,679\,894\,282\,184\,894}{6\,997\,183\,637\,540\,819\,440\,035\,239\,271\,702}.$$

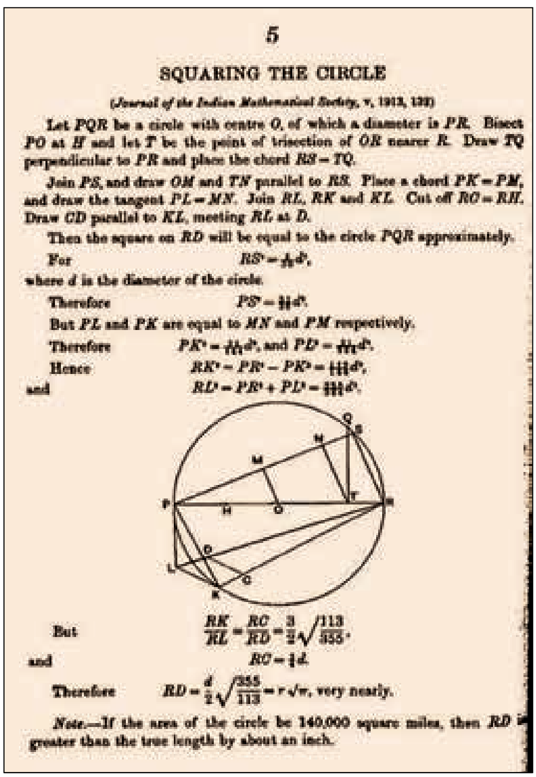
Ve své antologii matematických hororů *A Budget of Paradoxes* si De Morgan neodpustil na Marcelisův účet jízlivý komentář: „Doufám, že jeho mýdla jsou lepší než jeho π.“ (Uváděná hodnota π ≈ 3,144 je totiž dost nepřesná.)

Nesmysly se postupem času hromadí a dostáváme se do roku 1728, kdy Malthulon tvrdil, že existuje perpetuum mobile a také že je možná kvadratura kruhu. Rovnou nabídl odměnu každému, kdo by byl schopen vyvrátit některý z kroků jeho logického postupu – jak dojemné a nerozumné. Je jasné, že se brzy podařilo dokázat, že postup je chybný, a Malthulon neměl jinou možnost než zaplatit.

Není divu, že v roce 1753 se Francouzská akademie věd rozhodla nepřijímat k recenzím žádné další demonstrace kvadratury kruhu. Možná je vyděsil rostoucí počet odevzdaných prací a náklady na jejich přezkoumání, nebo si možná akademici jen chtěli ušetřit jednání s neodbytnými jedinci nevalného intelektu.

Přehlídka kvadratur neskončila ani s Lindemannem, ale v tu chvíli bylo alespoň jasné, že všechny pokusy o důkaz jsou chybné. Musíme ovšem odlišit ty, kteří věděli, že kvadratura kruhu není možná, ale dopracovali se k úžasně přesným aproximacím. Jedním z nich byl Srinivasa Ramanujan (1887–1920), který v jednom svém výpočtu uvedl hodnotu

$$\pi \approx \sqrt[4]{9^2 + \frac{19^2}{22}} = 3{,}141\,592\,652\,582\,6\ldots$$



5

SQUARING THE CIRCLE

(*Journal of the Indian Mathematical Society*, v, 1913, 132)

Let *PQR* be a circle with centre *O*, of which a diameter is *PR*. Bisect *PO* at *H* and let *T* be the point of trisection of *OR* nearer *R*. Draw *TQ* perpendicular to *PR* and place the chord *RS* = *TQ*.

Join *PS*, and draw *OM* and *TN* parallel to *RS*. Place a chord *PK* = *PM*, and draw the tangent *PL* = *MN*. Join *RL*, *RK* and *KL*. Cut off *RC* = *RH*. Draw *CD* parallel to *KL*, meeting *RL* at *D*.

Then the square on *RD* will be equal to the circle *PQR* approximately.

For $$RS^2 = \tfrac{5}{36}d^2,$$
where *d* is the diameter of the circle.

Therefore $$PS^2 = \tfrac{31}{36}d^2.$$

But *PL* and *PK* are equal to *MN* and *PM* respectively.

Therefore $$PK^2 = \tfrac{31}{144}d^2, \text{ and } PL^2 = \tfrac{31}{324}d^2.$$

Hence $$RK^2 = PR^2 - PK^2 = \tfrac{113}{144}d^2,$$
and $$RL^2 = PR^2 + PL^2 = \tfrac{355}{324}d^2.$$

But $$\frac{RK}{RL} = \frac{RC}{RD} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{113}{355}},$$
and $$RC = \tfrac{3}{4}d.$$

Therefore $$RD = \frac{d}{2}\sqrt{\frac{355}{113}} = r\sqrt{\pi}, \text{ very nearly.}$$

Note.—If the area of the circle be 140,000 square miles, then *RD* is greater than the true length by about an inch.

Ramanujanova demonstrace přibližné kvadratury kruhu. Nepřesnost je pouze 0,000 000 001 007 2!