

KAPITOLA 3

Meze vlastního zraku každý považuje za meze celého světa.

Arthur Schopenhauer

Když jsem nastupoval na střední školu, náš učitel hudby se třídy zeptal, zda se někdo chce učit hrát na hudební nástroj. Ruku zvedli tři z nás. Učitel nás v kabinetu přivedl ke skříni, abychom se podívali, na co bychom se mohli učit. Skříň byla takřka prázdná, až na tři trubky, naskládané jedna na druhou.

„Vypadá to, že se budete učit na trubku.“

Nelituji té volby (pokud to vůbec volba byla). Užíval jsem si hraní v místní kapele a šaškování v dechové sekci okresního orchestru, když jsme odpočítávali taktové pomlky. S trochou závisti jsem ale vždy pokukoval k sekci smyčců, která hrála takřka pořád a sbírala všechny dobré melodie. Před několika lety jsem v rozhlasovém rozhovoru dostal otázku, na jaký jiný hudební nástroj bych se chtěl naučit, kdybych měl takovou možnost, a jakou hudbu bych rád hrál.

„Na violoncello. Bachovy suity.“

Otázka ve mně od toho rozhovoru stále hlodala: dokázal bych se na cello naučit ty nádherné suity? Možná je na něco takového už příliš pozdě, musím to ale vědět. Tak jsem si koupil violoncello.

Stojí za mnou, když píšu, jak předpovědět výsledek vrhu kostkou. Když si potřebuji odpočinout od analýzy rovnic, které popisují pád červené kostky na můj stůl, dám se do prznění jedné z gig z první Bachovy suity pro violoncello. Myslím, že Bach se obrací v hrobě, mě to ale těší.

Jedna ze zábavných věcí na violoncelu je klouzání prstem po struně, jímž vzniká plynulé glissando tónů. Na trubce to dělat nemohu, protože to je nástroj oddělených tónů, odpovídajících různým kombinacím prstů stlačujících klapky. Ukazuje se, že napětí mezi plynulým, spojitým glissandem a oddělenými, nespojitými tóny trubky významně souvisí s pokusy předpovědět chování hrací kostky.

JAK TO VYPADÁ ZVĚTŠENĚ

Abych zjistil, co na kostce padne, musím vědět, z čeho je vyrobena. Kdyby byla na jedné straně vlákna acetátové celulózy hustší, kostka by na jednu ze stran padala častěji než na ostatní. Pokud tedy chci uplatnit Newtonovy zákony na kostku letící vzduchem, musím nejprve poznat její strukturu. Má spojitý charakter, nebo je sestavena z oddělených kusů?

2. HRANICE: VIOLONCELLO

Pokud se smírím s mezemi vlastního zraku, jak naznačuje Schopenhauerův citát na začátku kapitoly, pak neuvidím nic jiného než jasně červený acetát, z něhož je kostka vyrobena. S optickým mikroskopem ji však mohu zvětšit až 1500násobně, což je zvětšení, v němž má celá kostka rozměry velké budovy. Ale ani pohled dovnitř této obří kostky neodhalí z jejích tajemství celkem nic. Všechno v ní vypadá zcela souvisle a nepřerušovaně.

Mikroskopy využívající rozdílných částí elektromagnetického spektra umožnily vědcům ve 20. století zvětšovat předměty ještě tisíckrát více. Moje kostka je v nich velká jako celý Londýn. V tomto zvětšení vypadá kostka zrnitěji. Nepřerušovaná struktura mizí a nahrazuje ji něco méně spojitého. Nejnovější elektronové mikroskopy mi dovolují ještě desetkrát větší zvětšení a nyní už začínám rozeznávat atomy uhlíku a kyslíku, což jsou některé ze složek acetátových vláken, z nichž je moje kostka vyrobena.

Zajímavé je, že vědci formulovali atomovou teorii hmoty dávno předtím, než jsem mohl pod moderním mikroskopem v laboratoři nedaleko své katedry matematiky spatřit atomy na vlastní oči. Kombinace matematického a teoretického přístupu s fyzickým pozorováním je nejlepším nástrojem pro zjištění, z čeho se moje kostka skládá.

Atomy však nejsou tak nedělitelné, jak toto původem řecké slovo naznačuje. Víme totiž, že za atomovou strukturou, kterou odhalují současné elektronové mikroskopy, se nachází další vnitřní struktura. Atomy jsou složeny z elektronů, protonů a neutronů. Protony a neutrony se skládají z kvarků. Kvantové mikroskopy dokonce v roce 2013 zachytily elektrony obíhající kolem jádra atomu vodíku. Existuje ale teoretická mez, jak hluboko dovnitř své kostky mohu pohlédnout?

Co se například stane, když kostku rozdělím na polovinu a zbylé poloviny budu dál půlit? Jak daleko se mohu dostat? Matematik ve mně mi říká: žádný problém. Jakékoli číslo přece mohu dělit dvěma donekonečna:

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$$

Z matematického hlediska neexistuje žádný bod, kde bych s tím musel přestat. Jestliže ale budu totéž dělat s fyzickou kostkou na svém stole, jak daleko budu moci zajít?

Napětí mezi spojitou a nespojitou povahou hmoty, mezi tím, co je možné matematicky, a mezemi vytyčenými hmotnou skutečností, vládne celá tisíciletí. Tančí vesmír podle zvuků méj trubky, nebo se vlní na glissando mého cella?

HUDBA SFÉR

Jak jsem se vlastně dozvěděl o elektronech a kvarcích, které se nyní považují za poslední, nedělitelnou vrstvu mé kostky? Nikdy jsem je přece neviděl. Kdybych se měl zamyslet nad tím, jak o nich vím, odpověděl bych, že jsem o nich slyšel nebo četl tolikrát, že jsem už zapomněl, jak jsem se to dozvěděl. Když už jsme u toho, jak se vlastně něco dozvídáme? Jak víme, že Mount Everest je nejvyšší hora světa? Víme to jen proto, že jsme to už tolikrát slyšeli. Než se tedy zeptáme, zda je za touto údajně poslední vrstvou ještě něco dalšího, musíme zjistit, jak jsme na tyto základní stavební kameny přišli.

Když si procházím historií, překvapuje mě, že teprve před sto lety a něco se objevily přesvědčivé důkazy, že hmotné věci, jako je moje hrací kostka, se skládají ze základních kamenů zvaných atomy, které nejsou spojitými strukturami. Jde sice o poměrně nedávný objev, něco takového se ale tušilo už o tisíce let dříve. Starověcí Indové se domnívali, že hmotu tvoří základní částice odpovídající chuti, pachu, barvě a hmatu. Dělili je na ty, které jsou nekonečně malé a nezabírají žádné místo, a na „hrubé“, které zabírají prostor - při výkladu současného modelu hmoty uvidíme, že to byla mimořádně jasnozřivá teorie.

V západním světě přišli jako první s atomistickou filozofií přírody staří Řekové. Ti zastávali redukcionistický pohled na svět, podle něhož můžeme fyzickou skutečnost rozdělit na základní jednotky - atomy - z nichž se skládá veškerá hmota. Atomy se nedají rozdělit na nic menšího a jejich vlastnosti by neměly záviset na nějaké další složité vnitřní struktuře. Jedním ze zárodků tohoto pohledu na svět jako na strukturu složenou z nedělitelných stavebních bloků byla pythagorejská filozofie, která jádrem výkladu tajemství vesmíru udělala číslo.

Přesvědčení o moci celých čísel mělo původ v pozoruhodném objevu, který se připisuje právě Pythagorovi: bylo to zjištění, že číslo je základem hudební harmonie, kterou využívá jak cello, tak trubka. Říká se, že Pythagora to napadlo, když šel kolem kovářské dílny a slyšel, jak kladiva buší v harmonických tónech. (Pravdivostí podobných historek o Pythagorovi si nemůžeme být jisti, bezpečně ani nevíme, zda tento myslitel vůbec existoval, zda si ho nevymyslely pozdější generace, aby tím podpořily nové myšlenky.)

Pythagoras se podle této historiky dal doma do experimentování s tóny na strunném nástroji. Na vibrující struně svého violoncella vytvořím spojitou posloupnost tónů tím, že strunu stlačím prstem nahoře na hmatníku a pak jím postupně sjíždím směrem ke kobylce; vznikne zvuk zvaný glissando (otázku, zda jde skutečně o spojitou sekvenci tónů, prozkoumáme v další hranici). Když se zastavím na různých tónech, které jsou v harmonickém souzvuku s celou strunou, zjistím, že příslušné délky struny jsou v dokonalém celočíselném poměru.

2. HRANICE: VIOLONCELLO

Když strunu stlačím například v její polovině, dostanu tón, který zní takřka stejně jako tón celé struny. Interval mezi oběma těmito tóny se nazývá oktáva a lidskému uchu znějí oba tóny natolik podobně, že v notovém záznamu jsou označeny stejným písmenem. Když stlačíme strunu ve třetině vzdálenosti od horního konce hmatníku, vznikne tón, který ve spojení s tónem volné struny zní také velmi harmonicky. Říkáme mu čistá kvinta a náš mozek při něm pozitivně reaguje nejspíš na neuvědomělé rozpoznání celočíselného vztahu mezi vlnovými délkami obou jeho tónů.

Když pythagorejci objevili, že celá čísla jsou pilířem harmonie, začali vytvářet model vesmíru, v němž jsou tato čísla základními stavebními kameny všeho, co kolem sebe viděli a slyšeli. Řecké kosmologii vládla představa matematické harmonie na nebesích. Oběžné dráhy planet byly v tomto pojetí vzájemně v dokonalém matematickém vztahu, což vyústilo v myšlenku hudby sfér.

Pro mou snahu proniknout do struktury hrací kostky má ještě větší význam přesvědčení pythagorejců, že klíčem k pochopení stavby hmoty jsou spíše oddělená, nespojitá čísla než spojitě glissando. Pythagorejci přišli s myšlenkou, že atomy, stejně jako čísla, se mohou počítat, a tím tvořit novou hmotu. Řecký filozof a matematik Platón pythagorejskou filozofii rozvinul a z atomů vytvořil nespojitě základní struktury geometrie, jako je trojúhelník nebo čtverec. Byly pro něj stavebními kameny tvarů, které pokládal za klíč k hlavním složkám starořecké chemie: elementům ohně, země, vzduchu a vody. Věřil, že každý tento živý má svůj vlastní trojrozměrný matematický tvar.

Oheň měl v Platónově pojetí tvar trojbokého jehlanu, čtyřstěnu složeného ze 4 rovnostranných trojúhelníků. Země měla tvar krychle, takový, jaký má moje kostka z Las Vegas. Vzduchu přínáležel tvar osmistěnu složeného z 8 rovnostranných trojúhelníků. Je to tvar složený ze dvou jehlanů spojených svými čtvercovými základnami. Voda odpovídala dvacetistěnu, tvaru sestavenému z 20 rovnostranných trojúhelníků. Platón byl přesvědčen, že soustava živlů vznikla z geometrické interakce těchto čtyř základních tvarů.

Atomistický pohled na hmotu nebyl ve starověku všeobecně vyznávaným názorem. Koneckonců, žádné důkazy o existenci těchto nedělitelných částic neexistovaly. Nikdo je nikdy neviděl. Jedním z těch, kdo v myšlenku atomů nevěřil, byl Aristoteles. Podle něj mají elementy spojitou povahu, takže mou kostku by teoreticky bylo možné neustále dělit na stále menší a menší kousky. Za elementární pokládal Aristoteles oheň, zemi, vzduch a vodu – v tom smyslu, že je nelze dělit na „látky odlišné formy“. Budeme-li tyto živly dělit, stále nám zůstane voda nebo vzduch. Pohlédneme-li do sklenice s vodou, vidíme, že struktura vody je nepřerušovaná a teoreticky ji lze dělit donekonečna. Natahujeme-li gumu, rovněž vidíme, že je svou povahou nepřerušovaná. Tak vznikla scéna pro

bitvu mezi spojitými a nespojitými modely hmoty. Glissando proti odděleným tónům hudební stupnice. Soubor violoncella s trubkou.

Pozoruhodné je, že atomistickým pohledem na hmotu otrásl jeden objev připisovaný pythagorejcům. Toto odhalení na dlouhá léta zvrátilo vývoj ve prospěch přesvědčení, že hmota se dá dělit donekonečna.

ČÍSLA NA HRANICI

Atomismus říká, že když na papíře načrtne dvě čáry, bude každá z nich složena z určitého počtu nedělitelných atomů, takže jejich délky budou mít vzájemný celočíselný poměr odpovídající poměru počtu atomů tvořících každou z nich. Ukázalo se však, že tak jednoduché to není. Pythagorova věta o pravouhlém trojúhelníku odhalila, že ve zdánlivě spořádaném světě geometrie se objevují úsečky, jejichž vzájemný délkový poměr nelze vyjádřit žádným jednoduchým zlomkem.

Zpochybnění atomistického názoru na přírodu se skrývá i v rozměrech mojí kostky. Vezměme si dvě stejně dlouhé hrany kostky, které se vzájemně stýkají v úhlu 90 stupňů. Nyní uvažujme úhlopříčku napříč přilehlou stěnou kostky tak, aby dokončila trojúhelník, naznačený dvěma stejně dlouhými hranami. Jak dlouhá je tato úhlopříčka v poměru k oběma hranám?

Pythagorova věta o pravouhlém trojúhelníku říká, že druhá mocnina délky úhlopříčky se bude rovnat součtu druhých mocnin délek obou hran. Je-li délka hrany kostky 1, pak z Pythagorovy věty plyne, že délka úhlopříčky protínající stěnu kostky je takové číslo, které po umocnění na druhou dá 2. Co je to tedy za číslo?

Snaha o výpočet tohoto čísla zaměstnávala už Babyloňany. Destička pocházející ze starobabylonského období (cca 1800–1600 př. n. l.), kterou uchovává Yaleova univerzita, zaznamenává odhad jedné vzdálenosti. V šedesátkové soustavě, kterou Babyloňané používali, je tato délka vyjádřena následovně:

$$1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = \frac{30\,547}{21\,600},$$

což v převodu na desetinná čísla dává 1,41421296296... a posloupnost 296 už se opakuje donekonečna. O všech jednoduchých zlomcích platí, že když je převedeme na desetinný zápis, od určitého desetinného místa se budou číselné posloupnosti stále opakovat. Je to dokonce tak, že jakékoli desetinné číslo, kde se něco stále opakuje, lze zapsat jako zlomek. Uvedený babylonský výpočet je docela úctyhodný výkon. Je správný na šest desetinných míst. Když ale tento

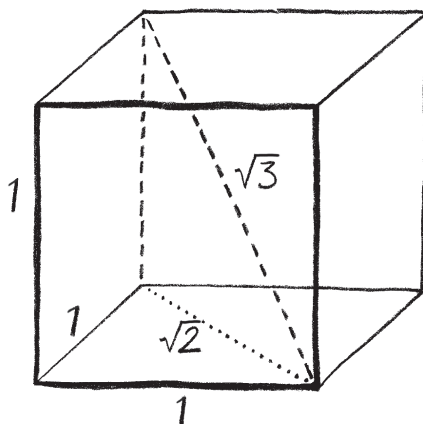
2. HRANICE: VIOLONCELLO

zlomek umocníme na druhou, s požadovaným výsledkem 2 se těsně mine. Staří Řekové objevili, že ať by se babylonští písaři snažili sebevíc, ze svých zlomků by po umocnění nikdy číslo 2 nedostali.

Objev, proč Babyloňané toto číslo nalézt nemohli, se připisuje jednomu z Pythagorových následníků, Hippasovi. Hippasos dokázal, že délku úhlopříčky protínající stranu její kostky pomocí zlomku nikdy nevyjádříme.

Z Pythagorovy věty vyplývá, že úhlopříčka čtvercové stěny kostky má délku druhé odmocniny z dvojnásobku délky jednotkové hrany. Hippasos ale prokázal, že neexistuje zlomek, jehož druhá mocnina by byla přesně 2. Jeho argumentace používá jeden z klasických nástrojů matematického arzenálu: důkaz sporem. Hippasos vyšel z předpokladu, že existuje zlomek, jehož druhá mocnina je 2. Řetězcem obratných manipulací vede tento předpoklad ke tvrzení, že existuje číslo, které je jak liché, tak sudé. Jediný způsob, jak tento rozpor vyřešit, je prohlásit původní předpoklad za nepravdivý: nemůže existovat zlomek, jehož druhá mocnina se rovná 2.

Traduje se, že ostatní pythagorejci byli na smrt vyděšeni zjištěním, že z nádherných pravouhlých trojúhelníků mohou vzejít tak neharmonické délky, a přísahali, že o tom navždy pomlčí. Když to Hippasos prozradil, podle pověsti ho za odhalení tak strašné disharmonie utopili v moři. Nově objevená čísla, jimž se začalo říkat iracionální, jelikož je nelze vyjádřit jako podíl (latinsky *ratio*) celých čísel, se ovšem tak snadno umlčet nenechala.



Obr. 11: Iracionální délky uvnitř krychle.

Víme určitě, že taková délka existuje. Vidíme ji na pravítku přiloženém k dlouhé straně pravouhlého trojúhelníku. Je to vzdálenost mezi dvěma

protilehlými rohy jakékoli stěny mé kostky (obrázek 11). Když se ale pokouším zapsat je jako desetinné číslo s nekonečným rozvojem, nikdy se mi to nepodaří. Začíná 1,414213562... a pokračuje donekonečna, přičemž se zjevně nikde neopakuje.

IRACIONÁLNÍ BUJENÍ

Starořecký objev délek, které se nedají vyjádřit jednoduchými poměry celých čísel, vedl k vytvoření nové matematiky iracionálních čísel; tato matematika pak přispěla k přesnějšímu měření světa. Ukázalo se, že iracionální jsou i jiné základní délky, zejména π , tedy obvod kruhu o jednotkovém průměru. Řekové sice před dvěma tisíci lety věděli o iracionalitě druhé odmocniny ze 2, ale až v 18. století švýcarský matematik Johann Heinrich Lambert dokázal, že ani π není možné vyjádřit žádným zlomkem.

Věci, které nemohu poznat, sice nesnáším, když jsem ale četl o číslech, která se nedají zachytit jednoduchými celočíselnými poměry čili zlomky, byl to jeden z rozhodujících momentů, které roznítily můj milostný vztah s matematikou. Tentýž rok, kdy mě učitel hudby seznámil ve svém kabinetu s trubkou, mi učitel matematiky zprostředkoval setkání s důkazem iracionality druhé odmocniny ze 2. Skrýval se v jedné z knih, které mi doporučil, aby ve mně rozžehl oheň matematiky. Zabralo to. Ohromilo mě, že pomocí konečného logického důkazu lze dokázat, že něco tak běžného, jako je délka úhlopříčky čtverce, se dá vyjádřit pouze pomocí nekonečna. Když už jsem nedokázal tuto délku přesně určit, bylo druhou nejlepší věcí zjistit, proč to nejde.

Od té doby jsem se dozvěděl o řadě jiných způsobů, jak tato iracionální čísla zkoumat - jsou to tedy už snad čísla, která můžeme poznat. Existuje nekonečně mnoho výrazů obsahujících pravidelné vzorce, díky nimž vypadají tato čísla méně záhadně. Například

$$\sqrt{2} = 2 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 + \frac{1}{5}\right) \times \left(1 - \frac{1}{7}\right) \times \left(1 + \frac{1}{9}\right) \times \dots$$

nebo

$$\pi = 4 \times \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots\right).$$

Objev těchto výrazů vtahuje iracionální čísla do říše známého. Zlomek je číslo, jehož desetinný rozvoj se od určitého bodu opakuje. Nemohl bych uvedené výrazy také považovat za takové vzorce, podobné opakujícím se číslům v desetinném rozvoji zlomku? Opakující se vzorec v desetinném rozvoji říká, že existují dvě čísla, jejichž poměr toto číslo přesně vyjádří, kdežto v případech,

2. HRANICE: VIOLONCELLO

jako je $\sqrt{2}$ nebo π , se musím smířit s tím, že k přesnému určení jejich délky budu potřebovat čísel nekonečně mnoho. Otázka, zda musí být něco konečné, abychom to mohli úplně poznat, nás bude pronásledovat během celé naší výpravy k hranicím neznáma.

Samozřejmě, k jakékoli praktické aplikaci těchto čísel by zřejmě stačila aproximace v podobě zlomku. Většina konstruktérů používá pro π bez problémů odhad $22/7$, k němuž se dobral již Archimedes, když aproximoval kruh mnohoúhelníkem o 96 stranách. K výpočtu obvodu kruhu o průměru pozorovatelného vesmíru s přesností na velikost atomu vodíku stačí znát jen 39 číslic π . Existuje dokonce vzorec, který ukáže miliontou číslici π , a to bez výpočtu všech předcházejících číslic (třebaže po něčem takovém nijak zoufale neprahnu). I to však umožňuje jen konečnou znalost čísla, k jehož úplnému poznání je zapotřebí nekonečno.

Objev takových čísel jako by naznačoval nekonečnou dělitelnost vesmíru. Pouze pomocí dělení vesmíru donekonečna je možné určit přesné rozměry obyčejné hrací kostky na mém stole. Pod dojmem objevu iracionálních čísel převládl na Západě až do renesance Aristotelův názor, podle něhož je hmotný svět spojitý.

HARMONIE NEPATRNĚ MALÝCH SFÉR

S objevy, které v přírodních vědách udělala Newtonova generace a ty, které přišly po ní, se karta začala obracet ve prospěch názoru, že svět se skládá z velmi malých základních stavebních kamenů. Newtonův současník Robert Boyle byl zřejmě první, kdo zpochybnil Aristotelův pohled na hmotu, který dominoval téměř 2 000 let. Boyle v knize *The Sceptical Chymist* (Skeptický chemik) odmítl představu, že veškerou hmotu tvoří živly ohně, země, vzduchu a vody. Ty jsou možná dobrou charakteristikou stavu hmoty, její základní složky to ale nejsou.

Boyle místo toho přišel s myšlenkou seznamu chemických prvků. Navíc zastával jednu - na svou dobu kacířskou - myšlenku. Byl přesvědčen, že tyto prvky mají podobu nepatrných korpusek, atomů, které se liší „velikostí, tvarem, strukturou a pohybem“. To bylo z hlediska teologie nebezpečné: v očích církve, která vždy stranila Aristotelovu názoru, to byl bezbožně materialistický pohled na svět. Boyle je tak pro některé historiky Galileem chemické revoluce.

Newton sice s Boyleovým návrhem podoby hmotného světa tvořeného neviditelnými jednotkami souhlasil, jeho matematické nástroje, které vyvinul ve stejné době, kdy Boyle pracoval na svém díle, se však opíraly o nekonečnou dělitelnost času a prostoru. Infinitesimální počet čili kalkulus, který umožňoval zachytit svět v neustálé proměně, dával smysl pouze v případě, že prostor lze

rozdělovat na stále menší dílky a pak pomocí limit interpretovat, jak to bude vypadat, když budou tyto dílky nekonečně malé.

Otázka nekonečné dělitelnosti času a prostoru byla tématem filozofických sporů od chvíle, kdy starořecký myslitel Zenon z Eleje předložil paradoxy, které jako by vycházely právě z takového dělení. Zenon například postuloval hypotézu, že šíp se nikdy nemůže zabodnout do svého cíle, protože nejprve k němu musí urazit polovinu vzdálenosti, pak další polovinu a ještě znovu polovinu, a než by se k němu dostal, musel by absolvovat nekonečně mnoho takových polovin. Podobnou debatu znovu rozdmýchal Newtonův kalkulus.

Někteří přitom stále ještě považovali myšlenku nekonečné dělitelnosti za něco takřka kacířského. Biskup George Berkeley věnoval celé pojednání nazvané *The Analyst* (Analytik) dokazování, že snažit se dělit nulou je absurdní. Podtitul spisu výslovně říká, že „je určen nevěřícímu matematikovi“.

Zatímco většina nevěřících matematiků začala rychle využívat schopností kalkulu, Newtonovy další objevy podpořily názor, že ačkoli čas a prostor jsou dělitelné donekonečna, pro hmotu to neplatí. Jeho představa světa tvořeného nedělitelnými částicemi hmoty se během doby stala převládající teorií vesmíru. V té chvíli to však byla stále jen teorie, pro niž neexistovaly prakticky žádné důkazy.

Newtonův výklad sil působících na velké hmotné objekty typu planet nebo jablek měl takový úspěch, že jeho autora to dovedlo k přesvědčení, že pokud takové zákony fungují u velkých a středně velkých věcí, proč by totéž nemohlo určovat chování i věcí velmi malých. Proč by se měly měnit zákony pohybu, které řídí chování vesmíru, když začneme zkoumat, co se děje uvnitř mé kostky? Úspěch kalkulu aplikovaného na pohyby planet závisel na tom, že planety byly chápány jako body odpovídající středům gravitace, v nichž se soustředí jejich hmotnost. Možná, že veškerá hmota sestává z částic, které lze chápat jako nepatrné planety, jejichž chování určují pohybové zákony. V *Principiích* tak Newton vyjádřil myšlenku, že vztažením těchto zákonů na nejmenší částice hmoty bychom mohli předpovědět chování všech hmotných věcí.

K rostoucímu pocitu, že atomistický pohled je nejlepší způsob, jak porozumět světu, přispěla i Newtonova teorie světla. Považovat světlo za částici se jevilo jako nejsnadnější cesta k jeho popisu, a tak to také Newton ve svém díle *Optika* udělal. Odrážení světla jako by napodobovalo chování kulečnickové koule, když se odráží od stran stolu. Z vědeckého hlediska však pro model vesmíru složeného z nedělitelných částic neexistovaly žádné empirické důkazy.

Ani pod prvními mikroskopy, které se začaly používat v 17. století, nebylo vidět nic, co by opravňovalo považovat atomistický model za správný. Ostatně, i kdyby byly nespojitě částice vidět, nedokazovalo by to nic o jejich nedělitelnosti. Na obrat v uvažování o hmotě však můžeme soudit z toho, že atomistický pohled na hmotu se otiskl i do tehdejší populární kultury. Básník Nicholas Brady

2. HRANICE: VIOLONCELLO

v „Ódě na svatou Cecílii“, na niž v roce 1692 napsal hudbu Henry Purcell, mluví o zárodcích hmoty:

Duše světa! Tys vdechla životy
vibrujícím semínkům hmoty,
ty svázalas rozptýlené atomy
jež, spojeny dle zákonů poměrů správných,
tvoří z částí různých celek navýsost ladný.

Nejlepší důkaz atomistického názoru na hmotu přišel o sto let později v podobě experimentů, které ukázaly, jak se hmota slučuje a tvoří tím nové látky. A to vše, jak říká Bradyho báseň, bylo plně dokonalé harmonie.

ATOMOVÁ ALGEBRA

První skutečné experimentální doklady pro názor, že hmota sestává z nedělitelných atomů, přinesla v 19. století práce anglického chemika Johna Daltona. Jeho objev, že sloučeniny jsou tvořeny z látek, které se vzájemně slučují v daných celočíselných poměrech, vedl v přírodních vědách ke shodě na tom, že tyto látky se skutečně skládají z oddělených stavebních bloků.

Dalton například zjistil: „Jednotky kyslíku se mohou spojovat s určitým dílem plynného dusíku nebo s dvojnásobky tohoto dílu, avšak s žádným množstvím mezi tím.“ To samozřejmě nebyl důkaz, že hmota má nespojitý charakter, a nebylo to ani nic, co by otřáslo přesvědčením těch, kdo pokládali hmotu za spojitý fenomén. Byl to ale důrazný náznak. Muselo existovat nějaké vysvětlení, proč se látky spojují právě takto.

Atomistický názor na hmotu podpořil způsob zápisu těchto chemických reakcí. Slučování dusíku a kyslíku se dalo vyjádřit algebraicky v podobě $N + O$ nebo $N + 2O$. Nic mezi tím nebylo. Vypadalo to, že všechny sloučeniny vznikají spojením po dílech, které jsou vzájemně v celočíselných poměrech. Tak třeba sulfid hlinitý má algebraické vyjádření $2Al + 3S = Al_2S_3$, to znamená, že síra a hliník se spojují v poměru 2 : 3. Ukazovalo se, že prvky se nikdy neslučují v poměrech, které by se nedaly vyjádřit celými čísly. Bylo to, jako by uvnitř světa chemie vládla hudební harmonie. Hudba nepatrně malých sfér.

Ruský vědec Dmitrij Mendělejev rozvrhl rostoucí seznam molekul tak, že začala vystupovat na povrch celková zákonitost – struktura založená na celých číslech a počítání. Jako by se vrátila pythagorejská víra ve všemocnost čísel. Podobně jako několik vědců už dříve i Mendělejev řadil prvky podle rostoucí relativní hmotnosti; uvědomil si ale, že aby dostal vzorec, který se před ním v duchu vynořoval, musí mít jeho seznam možnost se přizpůsobovat.

Mendělejev si proto napsal známé prvky na kartičky a pokládal je trpělivě na různá místa na svém stole, aby z nich vymámil jejich tajemství. Nic ale nefungovalo. Mendělejeva to dohánělo k šílenství. Nakonec se vyčerpáním zhroutil a hledaný vzorec se mu zjevil ve snu, který mu ukázal správný způsob rozmístění kartiček. Jednou z důležitých věcí, která ho dovedla k úspěšnému uspořádání, bylo zjištění, že někde musí nechat volná místa, protože některé karty mu v balíčku chyběly.

Klíčem k uspořádání prvků do vzorce bylo takzvané atomové (nebo protonové) číslo, které označuje počet protonů v jádru atomu, nikoli nukleonové číslo, tedy celkový počet protonů a neutronů, který vyjadřuje celkovou hmotnost atomu. Jelikož však o těchto nepatrných složkách atomů tehdy neměl nikdo tušení, musel Mendělejev ve svém sestavování prvků do tabulky tak trochu hádat.

Bylo to jako zjišťovat, že běžný balíček karet lze nejen uspořádat podle barev, ale také to, že karty různých barev mají stejné hodnoty. Ukázalo se, že základem pro uspořádání prvků je periodicitu po osmi, takže prvky vzdálené od sebe osm atomových čísel mají velmi podobné vlastnosti. Osm čísel od lithia s atomovým číslem 3 se nachází sodík, o dalších osm čísel dál je draslík. Všechno to jsou měkké, lesklé a vysoce reaktivní kovy. Podobný vzorec vykazovaly plyny s podobnými vlastnostmi.

Pravidla osmi si vědci povšimli již před Mendělejevovým objevem a nazvali jej zákonem oktáv. Periodicita vlastností prvků se přirovnávala k hudební oktávě: zahráli-li na svém violoncellu osm tónů durové stupnice, je první a poslední tón velmi podobný a oba jsou označeny stejným písmenem. Když tento zákon oktáv předložil jeho britský objevitel John Newlands Královské společnosti, ta se mu vysmála. „Příště se nám budete pokoušet namluvit, že prvky pochopíme tím, že je seřadíme podle abecedy,“ žertoval jeden z akademiků. Mendělejevovo uspořádání potvrdilo, že zákon oktáv je do určité míry platný. Právě díky opakující se periodické struktuře dostalo Mendělejevovo uspořádání název periodická tabulka.

Mendělejevova genialita spočívala v myšlence, že pokud prvky někdy do jeho uspořádání nezapadají, může to znamenat, že tam některý chybí. Tyto mezery v tabulce byly možná jeho nejpronikavějším příspěvkem k vědě. Kupříkladu prázdné místo na 31. místě tabulky dovedlo Mendělejeva v roce 1871 k předpovědi existence a vlastností nového prvku, který později dostal název gallium. O čtyři roky později izoloval francouzský chemik Lecoq de Boisbaudran první vzorky nového prvku, předpovězeného pomocí Mendělejevových matematických vzorců.

JAK VYROBIT HRACÍ KOSTKU

Na světě tak byl seznam atomů, které měly tvořit veškerou hmotu. Moje kostka je například vytvořena spojením atomů uhlíku, kyslíku a vodíku do struktury

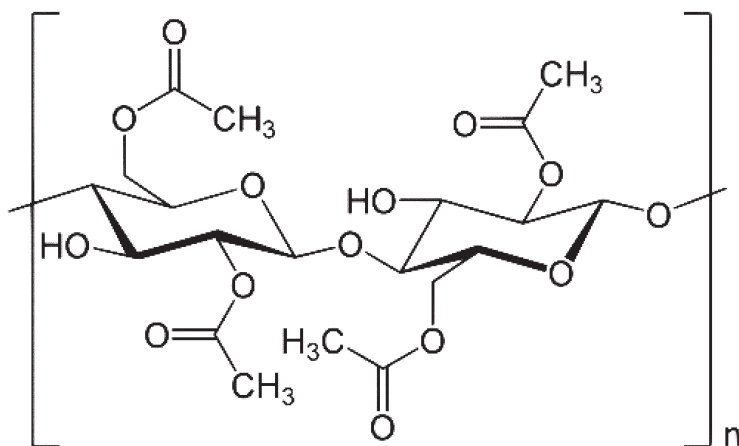
2. HRANICE: VIOLONCELLO

zvané acetátová celulóza. Moje tělo je převážně složeno z kombinace týchž atomů, avšak v jiné struktuře. Acetátová celulóza je homogenní struktura zbavená bublinek, aby byla kostka co nejrovnoměrnější a hra s ní byla fér. Dříve se kostky vyráběly z látky vyrobené na základě nitrocelulózy, kterou v roce 1868 namíchal americký chemik John Wesley Hyatt. Z jeho koktejlu kyseliny dusičné, kyseliny sírové, bavlněných vláken a kafru vznikl materiál s vysokou odolností vůči tahu, vodě, olejům, a odolný byl dokonce i vůči zředěným kyselinám.

Látka, kterou Hyattův bratr nazval celuloid, se stala díky nízkým nákladům velmi výhodnou náhradní surovinou pro výrobu předmětů, které se dosud vyřezávaly ze slonoviny nebo rohoviny. Z nového plastu se tvarovaly kulečnickové koule i odnímatelné límce, klávesy na piana i hrací kostky. Kostka z nitrocelulózy byla v odvětví hazardních her v první polovině 20. století běžným standardem, po několika desetiletích používání však najednou zkrystalizovala, rozpadla se a uvolnily se z ní plyny založené na oxidech dusíku.

Nitrocelulóзовые kostky z Vegas z konce 40. let, které unikly krystalizaci, se staly sběratelskými artefakty. Mou kostku krystalizace nečeká. Na obrázku 12 vidíme znázornění struktury atomů uvnitř mé kostky.

Identifikace chemických prvků a vztahů mezi nimi nebyla žádným důkazem nespojitě povahy hmoty. Zobrazené schéma složek mé kostky by klidně mohlo být vzorcem propojení spojitých struktur. Chemici se sice klonili k atomistickému pohledu na vesmír, mezi fyziky té doby ale převládal jiný názor. Ti z nich, kteří (podobně jako německý vědec Ludwig Boltzmann) přicházeli s modely hmoty založenými na atomech, čelili výsměchu.



Obr. 12: Vzorec acetátové celulózy.

Boltzmann byl přesvědčen, že atomistická teorie poskytuje účinný nástroj k výkladu pojmu tepla, založeného na představě, že plyn tvoří drobné molekuly poletující v prostoru jako velmi malé koule v obrovském trojrozměrném kulečníku. Teplo bylo podle něj jen úhrnná kinetická energie těchto drobných poletujících kuliček. Pomocí svého modelu a aplikací poznatků teorie pravděpodobnosti a statistiky Boltzmann úspěšně vyložil obecné chování plynu. Většina fyziků však zůstala věrná pohledu na hmotu jako spojitý fenomén a k Boltzmannovým myšlenkám se stavěla velmi přezíravě.

Boltzmannovi se dostalo takového posměchu, že byl nucen veřejně ustoupit od svého přesvědčení, podle něhož je pravdivým vyjádřením skutečnosti teorie hmoty jako kulečnickových koulí; když chtěl, aby byly jeho práce publikovány, musel svůj model označovat za heuristický či pracovní. Fyzik Ernst Mach, který byl hlavním odpůrcem Boltzmannova atomismu, jednou výsměšně poznamenal: „Už jste někdy viděli nějaký atom?“

Boltzmann propadal záchvatům deprese a dokumenty naznačují, že trpěl bipolární poruchou. Odmítání jeho myšlenek vědeckým společenstvím podle všeho přispělo v roce 1906 k záchvatu deprese, při kterém se během dovolené poblíž Terstu oběsil na okně hotelu, když byla jeho žena s dcerou plavat.

Byl to tragický konec, zvláště vzhledem k tomu, že se právě začaly rýsovat přesvědčivé důkazy, že Boltzmann měl pravdu. S objevy, které podpořily atomistický pohled na hmotu, přišla jedna z největších osobností fyziky, kterou nebylo možné jen tak snadno ignorovat. To, co Albert Einstein a další objevili v takzvaném Brownově pohybu, mohli jen velmi těžko vysvětlit ti, kdo jako Mach věřili ve spojitý charakter světa.

PING-PONG S PYLEM

Pod běžnými optickými mikroskopy sice jednotlivé atomy neuvidíme, vědcům ale tyto přístroje v 19. století umožnily pozorovat účinky, které mají nejmenší částičky hmoty na své okolí. Hemžení, které způsobují, nazýváme Brownův pohyb, podle Roberta Browna, který si v roce 1827 všiml nahodilého chování pylových částiček na vodní hladině. Jelikož pyl je organická látka, Brown si nejprve myslel, že tyto pohyby jsou projevem života. Podobně náhodné chování zpozoroval nizozemský vědec Jan Ingenhousz už v roce 1785, když sledoval uhelný prach na hladině alkoholu. Když Brown zjistil, že stejně jako pyl se chová i anorganická hmota, mátl ho to, protože netušil, čím by mohly být takové chaotické pohyby způsobeny.

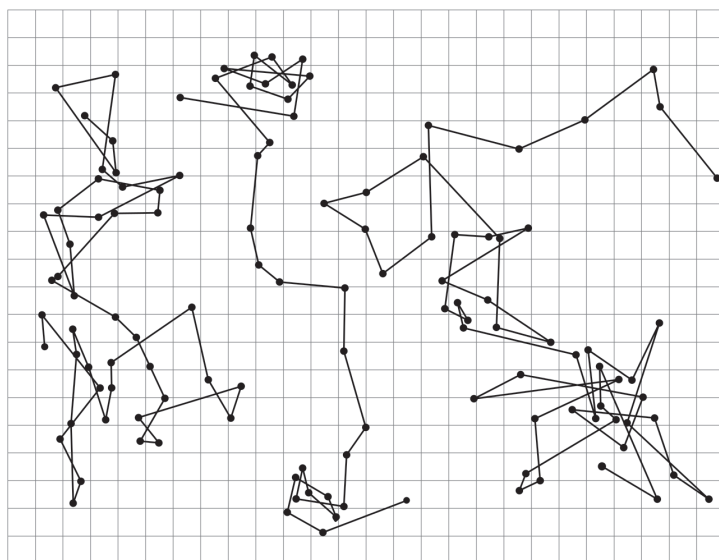
Je pozoruhodné, že s myšlenkou, podle níž by zde mohlo jít o neviditelné atomy, které narážejí do většího a viditelného materiálu, přišel starořímský básník Lucretius ve své didaktické básnické skladbě *O přírodě*:

2. HRANICE: VIOLONCELLO

Pozoruj: kdykoli do temné komnaty táhlým proudem světla se linou paprsky slunce, vidíš zrnečka prachu v tom prostoru tančit... ten třepot a ruch je známkou, že pod lícem hmoty je rovněž neviditelný a ztajený pohyb... Takový neklid však vychází ode všech prvků. Svou vlastní silou se nejdříve hýbají ony; pak věci, jež nejsou nic než drobouneké shluky a svou silou jsou atomům bezmála rovny, pod jejich údery potají konají pohyb a samy strkají věci už o něco větší. Takto se pohyb už od prvků šíří a stoupá za krokem krok, až se vynoří před lidské oko a tělíska v sluneční záři my uvidíme vířit - jen co je rozvířilo, je neznámo zraku.

Tato báseň vznikla kolem roku 60 př. n. l., ale až Einsteinova matematická analýza pohybu mohla potvrdit atomistický výklad náhodného pohybu Lucretiových zrněk prachu a Brownova pylu.

Einsteinovým cílem bylo nalézt model, jímž se tento podivný pohyb drobných částíček pylu na vodní hladině řídí. Rozdělíme-li vodní povrch do mřížky,



Obr. 13: Brownův pohyb pylových zrněk.

ukáže se, že pravděpodobnost pohybu pylu všemi směry je stejná. Podobá se to chůzi opilce, která jako by se řídila házením kostky. Obrázek 13 ukazuje dráhy několika pylových částic tak, jak je zachytil francouzský fyzik Jean Baptiste Perrin v knize *Les Atomes*.

Počátkem 20. století se objevil návrh, že částicemi pylu, které vědci pozorují, zmítají mnohem menší molekuly vody.

Einstein byl jako vynikající matematik schopen analyzovat model, v němž byl velký objekt podroben vlivům mnohem menších, náhodně se pohybujících objektů. Dokázal také, že tento model přesně předpovídá pozorované chování. Představme si kluziště, uprostřed něhož leží velký puk, a nyní do toho vnesme soustavu drobných puků, které se určitými rychlostmi pohybují náhodnými směry. Malé puky tu a tam vrazí do velkého puku a odrážejí ho do různých směrů. Bylo zapotřebí značného umu k výpočtům, kolik malých puků bude zapotřebí a jaká bude jejich velikost, aby pohyb velkého puku odpovídal pozorovanému chování.

Einsteinovo úspěšné nalezení matematického modelu, který replikoval pohyb pylu, bylo zničující ranou pro každého, kdo pokládal vodu za spojitou látku. Pro ty, kteří stále ještě zastávali Aristotelův názor na hmotu, bylo velmi obtížné přijít se srovnatelně přesvědčivým vysvětlením.

Einsteinovy výpočty umožnily odhadnout, jak velké jsou molekuly vody ve srovnání s potulujícími se částicemi pylu. Podaly tak přesvědčivý důkaz, že hmota sestává z diskretních a navzájem oddělitelných částic, neodpovídaly však na otázku, zda se tyto dílky dají dělit donekonečna na stále menší kousky.

Objevy menších stavebních složek atomů uhlíku nebo kyslíku skutečně ukázaly, že „nedělitelné“ atomy zdaleka nejsou nedělitelné. Nalezení další vrstvy odhalilo, že atom tvoří ještě menší puky – elektrony, protony a neutrony. První z nich byly objeveny asi osm let před Einsteinovým teoretickým průlomem.

JAK ROZDĚLIT ATOM

Věda funguje tak, že se můžeme držet svého modelu vesmíru, dokud se nevy-noří něco, co do něj nezapadá; něco nového, co pomocí dosavadního modelu evidentně vysvětlit nemůžeme. Zjištění, že atomy by se mohly skládat z ještě menších dílků, vyplynulo z experimentů, které odhalily cosi, co vypadalo jako částice, avšak bylo to mnohem drobnější než atomy, které jsou základem periodické tabulky prvků.

Tento drobný částicový objekt se zhmotnil na konci 19. století v experimentech britského fyzika Josepha Johna Thomsona, který zkoumal, jak elektrický proud prochází plynem. Tyto rané experimenty používaly skleněnou trubici, která měla na obou koncích elektrodu, a jakmile se na elektrody přivedlo vysoké napětí, začal

2. HRANICE: VIOLONCELLO

procházet elektrický proud. Zvláštní bylo, že tento proud mohl Thomson spatřit na vlastní oči, protože mezi oběma elektrodami se rozzářil světelný oblouk.

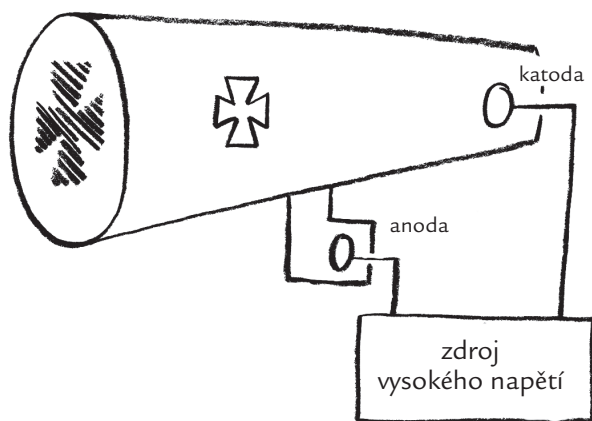
Ještě podivnější věci se děly, když Thomson z trubice plyn zcela odčerpal a přivedl napětí mezi elektrody ve vakuu. Světelný oblouk zmizel, avšak sklo na jednom konci trubice začalo světélkovat. Když vložil do trubice kovový kříž, objevil se uprostřed zářivě fluoreskující oblasti stín ve tvaru kříže (obrázek 14).

Takový stín se vždy objevil proti záporné elektrodě zvané katoda. Nejlepším vysvětlením bylo to, že katoda emituje určitý druh záření, které reaguje s hmotou a rozzáří ji – onou hmotou je buď plyn v trubici, nebo, v případě vakua, samo sklo trubice.

Toto „katodové záření“ bylo tak trochu záhadou. Zjistilo se, že prochází například tenkými plátky zlata. Je to možná podobný vlnový jev jako světlo, dohadovali se jedni. Druzí se domnívali, že jde o záporně nabitě částice vysílané zápornou elektrodou a přitahované elektrodou kladnou. Jak by ale mohly tyto částice procházet pevnou látkou, jako je zlato?

Kdyby to byly záporně nabitě částice, řekl si Thomson, pak by mohlo jejich dráhu trubicí změnit působení magnetického pole. To už bezúspěšně zkoušel německý fyzik Heinrich Hertz, který však neodstranil z trubice dost plynu. Se zcela odčerpáním plynu to fungovalo skutečně tak, jak Thomson předpokládal. Působením magnetického pole na záření se stín posunul. Záření se vlivem magnetu ohnulo.

Skutečné překvapení nastalo, když Thomson vypočítal, jakou hmotnost tyto nabitě částice musí mít. Jestliže na hmotu působíme silou, pak podle Newtonových pohybových zákonů bude velikost pohybu záviset na velikosti této hmoty.



Obr. 14: Elektrony emitované z katody narážejí na protější stěnu a způsobují fluorescenci.