

Prolog: Svět v krizi

Když úderem půlnoci 31. prosince 1900 skončilo devatenácté století a začalo dvacáté, panoval ve světě zmatek. Královně Viktorii, dosud nejdéle vládnoucí panovnici v dějinách Britské monarchie, zbývalo jen dvaadvacet dní života. Uplynulo sotva devět měsíců nového století a byl zavražděn prezident William McKinley; po něm nastoupil Theodore Roosevelt. Búrská válka mezi Holanďany a Brity zuřila už druhým rokem a měla trvat ještě další rok a poskytnout Winstonu Churchillovi příležitost vstoupit do světové politiky. Na Dálném východě se Filipínci bouřili proti USA a právě začalo boxerské povstání čínských nacionalistů proti zahraničnímu imperialismu.

Zlomové události nastávaly i na bezpečnějším jevišti intelektuálního světa: v roce 1900 spatřil světlo světa první vlivný spis Sigmunda Freuda s názvem *Výklad snů* a odehrála se premiéra První symfonie *Titán* Gustava Mahlera, dirigovaná samotným skladatelem. Pablo Picasso zahájil své „modré období“ (1901–1904) a Max Planck zavedl nový fyzikální pojem, který měl zanedlouho způsobit převratné změny ve všech vědních oborech: kvantum energie. A jako by to nestačilo, David Hilbert, přední německý matematik přelomu století, předstoupil před Druhý mezinárodní kongres matematiků konaný v roce 1900 v Paříži se seznamem třiaadvaceti otevřených problémů, jejichž vyřešení považoval

za nezbytné, pokud se měla matematika v budoucnu nadále rozvíjet – jak se ukázalo, identifikoval tyto problémy naprosto správně.

Pět let poté, co Planck zavedl kvantum, zveřejnil Albert Einstein svou speciální teorii relativity; tyto objevy společně znamenaly konec klasické fyziky, která ovládala vědu od dob Galileiho objevů před třemi stoletími. Ale přechod ze starého světa do nového neproběhl nijak hladce; naopak, vystavil fyziku hluboké krizi, jaká ji nepotkala od 16. a 17. století, kdy Mikuláš Koperník, Johannes Kepler a Galileo Galilei vyvrátili starořeckou představu o vesmíru.

Je to pozoruhodný souběh událostí – krizi ve fyzice v závěrečných letech 19. století odpovídala stejně hluboká krize v jiné intelektuální disciplíně: ve vážné hudbě. Obě krize se kupodivu točily kolem společného tématu – hledání náležitého rámce, vztažné soustavy, do které by měl být zasazen fyzický vesmír i vesmír hudební. Tento paralelní vývoj tvoří pozadí řady dalších kapitol této knihy, a proto zde poněkud podrobněji popíšu události, které k němu vedly.

V roce 1687 vydal Isaac Newton monumentální dílo *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* a položil v něm základy dynamiky, na kterých vědci stavěli dalších 218 let. Jeho mechanistická představa o vesmíru, ve kterém se všechno neustále pohybuje vlivem gravitační síly, vešla ve známost jako „vesmír jako hodinový stroj“. Každý fyzikální jev – počínaje chováním atomů a konče pohyby nebeských těles – se řídil soustavou určitých, deterministických zákonů; konkrétně to byly tři Newtonovy pohybové zákony a jeho všeobecný gravitační zákon. Tyto zákony byly později popsány soustavou diferenciálních rovnic, které mohly být (přinejmenším v principu) vyřešeny za předpokladu, že je

znám počáteční stav systému – tj. poloha a rychlost všech jeho složek – v určitém okamžiku, příhodně označeném jako $t = 0$. Dovedena do krajnosti se tato mechanistická představa mohla vztahovat na celý vesmír: kdybychom znali polohu a rychlost každého jednotlivého atomu v okamžiku stvoření světa, bylo by tím navždy předurčeno budoucí směřování vesmíru. Tento náhled, jehož autorem je francouzský matematik markýz Pierre Simon de Laplace, dominoval vědeckému myšlení bezmála po dvě století po Newtonově smrti roku 1727.

V Newtonově uspořádání světa je skryt předpoklad, který byl odjakživa považován za samozřejmý, a tudíž se o něm moc nepřemýšlelo: totiž že existuje univerzální vztažná soustava, jakýsi neviditelný systém souřadnic, ke kterému se dá vztáhnout poloha a pohyb každé částice ve vesmíru. Z praktických důvodů se za tento univerzální systém souřadnic považovaly nehybné hvězdy, stálice, jejichž poloha na nebeské báni se zdála po generace nezměnná (byť Edmond Halley roku 1718 prokázal, že tyto hvězdy se také pohybují a rozhodně tedy nejsou nehybné). Mělo se za to, že stálice jsou součástí Mléčné dráhy, tedy naší galaxie, a té tak byla udělena role vztažné soustavy v absolutním klidu, pevného bodu, k němuž se mohlo vztáhnout všechno ostatní.

Že jde o sporný předpoklad, neuniklo zkoumavému zraku některých badatelů – zejména ne samotnému Newtonovi, kterému nedával spát. Už o půlstoletí dříve si uvědomil Galileo, že pohyb je svou samotnou povahou relativní. Ilustroval to příkladem dvou lodí, které plachtí v klidných vodách daleko od pevniny. Cestující by nedokázali rozhodnout, která z lodí se pohybuje a která stojí, zda ta jejich, nebo ta druhá. Tento poznatek vešel ve známost jako *galileovský princip relativity* a Newton, který Galileovo dílo velmi dobře

znal, si ho byl plně vědom. Ale otázku, kdo se „doopravdy“ pohybuje a kdo je v klidu, bezmála všichni vědci ignorovali ještě v závěrečných letech devatenáctého století. A pokud bylo třeba důkazu, že tento systém zcela uspokojivě funguje, poskytl ho v hojně míře okázalé triumfy newtonovské matematiky, počínaje přesnou předpovědí návratu Halleyovy komety v roce 1758 a konče objevením Neptunu, nové planety, osmé od Slunce, ke kterému došlo roku 1846 čistě jen díky matematice. Zdálo se, že vesmírný hodinový stroj pracuje s neselhávající matematickou přesností.

Jenomže v 17. století byla objevena nová vlastnost fyzického světa: elektřina. Zprvu jen ve formě statické elektřiny – jako když se za chladného suchého dne dotknete kovového předmětu a dostanete lehkou ránu –, která vyvolala jen zvědavost; zanedlouho se však elektřina stala jevem, se kterým bylo třeba se nějak vyrovnat. Tak například elektrický náboj mohl putovat kovovým drátem a přenášet se tak z místa na místo – jakožto elektrický proud. Ještě větší překvapení bylo, že elektrický proud dokáže vychýlit magnetickou střílku kompasu; jinak řečeno že proud vytváří kolem drátu magnetické pole.

Ve 30. letech 19. století provedl Michael Faraday, anglický vědec-samouk, řadu experimentů, které spolehlivě stanovily povahu elektřiny a její vztah k magnetismu. Faraday (1791–1867) byl na slovo vzatý experimentátor: jeho světem byla laboratoř, kde si hrál se svými přístroji, sledoval výsledky pokusů a vyvozoval z nich závěry. Ale sjednotit Faradayovy objevy do uceleného teoretického systému, na to bylo třeba jiného britského vědce. Tento úkol připadl skotskému fyzikovi Jamesi Clerku Maxwellovi. Maxwell (1831–1879) formuloval Faradayovy zákony, odvozené z experimentů, v podobě soustavy čtyř diferenciálních rovnic, které panují

všem elektrickým i magnetickým jevům; a od té doby se pro ně užívá názvu elektromagnetismus. Jádrem Maxwellovy teorie byl pojem pole, jakéhosi neviditelného média, které přenáší elektromagnetismus prostorem v podobě elektromagnetických vln. Překvapivě se ukázalo, že rychlost šíření těchto vln je přesně stejná jako rychlost světla ve vakuu, tj. 299 792 km/s. Toto číslo začalo být označováno písmenem *c*, pravděpodobně podle latinského výrazu pro rychlost – *celeritas*.¹ Mělo se později stát jedním z nejdůležitějších čísel ve fyzice.

Maxwellovy rovnice, s elegantní vnitřní symetrií, se staly paradigmatem, kterého se snažili fyzikové držet dalších sto let, ale také jasně ukázaly, že Newtonova mechanistická představa o světě už nestačí k vysvětlení všech nově objevených jevů. Zdálo se, že se fyzika skládá ze dvou samostatných odvětví a každé z nich má své vlastní zákony. Na jedné straně tu byl onen mechanistický svět, do které ho patřilo i teplo a zvuk (teplo proto, že vzniká díky pohybu molekul; zvuk proto, že je výsledkem mechanických vibrací, které se přenášejí vzduchem v podobě tlakových vln). A na druhé straně to byl elektromagnetismus, ke kterému patřila také optika (protože Maxwellovy rovnice ukázaly, že světlo je také elektromagnetická vlna s pásmem určitých frekvencí, které naše oči vnímají jako různé barvy). Neslučitelnost těchto odvětví – která předznamenávala rozkol mezi relativitou a kvantovou mechanikou ve dvacátém století – musela překlenout nějaká úhrnná sjednocující teorie.

Skutečnost, že elektromagnetické vlny se mohou šířit prázdným prostorem, se fyzikům devatenáctého století moc nezamlouvala. Pořád pevně vězeli v newtonovském mechanistickém světě, a snažili se proto uplatnit zdánlivou analogii ke

zvukovým vlnám, které se šíří vzduchem. Máme tu hmotné médium, které prostorem přenáší vibrace řekněme houslové struny ve formě tlakových vln; podobně jako se zčeření vody v rybníku šíří v podobě vlny na hladině.² Zjevně tedy musí existovat podobné materiální médium, prostupující prostor, jímž se šíří vlny elektromagnetické. Tak se zrodila představa *éteru* (neboli *luminiferního* – světlonosného – *média*) a stala se pevnou součástí fyziky na sklonku devatenáctého století.

Éter nebyl jen médiem pro šíření elektromagnetických vln, sloužil také jako šikovní kosmická vztažná soustava, vůči které bylo možné měřit každý pohyb. To ale okamžitě vedlo k problému: pokud veškerý pohyb měříme jako relativní vůči éteru, pak by rychlost světla, tak jak ji vnímá pozorovatel, musela záviset na rychlosti pohybu pozorovatele vůči éteru. Konkrétně, pokud se zdroj světla blíží k pozorovateli rychlostí v , vyzařované světlo by mělo k pozorovateli dospět rychlostí $c + v$; a pokud se zdroj světla vzdaluje, pozorovaná rychlost světla by měla být $c - v$. Analogický jev by měl nastat v případě, že zdroj bude nehybný a pozorovatel se bude pohybovat k němu anebo od něj. Jinými slovy, rychlost světla *vnímaná pozorovatelem* závisí na rychlosti pohybu samotného pozorovatele, a má tudíž proměnlivou velikost. A to byla podstata krize: Maxwellovy rovnice nevyžadují existenci žádného materiálního média, v němž by se elektromagnetické vlny šířily; médiem je samotné elektromagnetické pole. Rychlost světla tudíž musí být univerzální konstantou, nezávislou na pohybu pozorovatele vůči světelnému zdroji.

Tuto otázku měl jednou provždy vyřešit slavný experiment, který provedli roku 1887 v Case Western Reserve University u Clevelandu v Ohiu dva američtí fyzikové Albert Abraham Michelson (1852–1931) a Edward Williams Morley (1838–1923). Jejich cílem bylo změřit rychlost světla

vzhledem k Zemi, která měla posloužit jako pohyblivá základna, jež na oběžné dráze kolem Slunce putuje vesmírem rychlostí asi 30 km/s. Pakliže by éter existoval, pozorovatel na Zemi by měl rychlost světla naměřit jako $c + 30$ km/s v době, kdy se pohybuje směrem ke zdroji světla, a $c - 30$ km/s o půl roku později, kdy se Země pohybuje směrem od Slunce. Jde o nesmírně malý rozdíl (rychlost země je asi jedna deseti-tisícina rychlosti světla), ale optické přístroje jej dokážou zachytit. Pokoušeli se o to několikrát, ale nezaznamenali naprosto žádný rozdíl. Rychlost světla byla stále tatáž bez ohledu na směr pohybu Země vzhledem k éteru.

Negativní výsledky Michelsonova a Morleyho experimentu se pokoušeli vysvětlit mnozí; využívali k tomu všemožných předpokladů, navržených jen k tomuto účelu, a tudíž postrádajících věrohodnost. Úloha náležitě tento problém vysvětlit připadla Albertu Einsteinovi (1879–1955), tehdy šestadvacetiletému nižšímu úředníkovi švýcarského patentového úřadu v Bernu. Jeho závěr byl: éter neexistuje, je to čirý výmysl. Z toho plyne, že neexistuje jediný, univerzální systém souřadnic v absolutním klidu, ke kterému by se mohl vztahovat veškerý pohyb. Zavržení éteru však něco stálo: pokud měla být rychlost světla stejná ve všech soustavách souřadnic, pak musel být relativní nejen prostor, ale i čas. Absolutní prostor a absolutní čas se staly minulostí. A co víc, prostor a čas už nebyly oddělenými entitami, nahradila je jediná, čtyřrozměrná realita: *prostorčas*.

Einstein svou speciální teorii relativity zveřejnil v roce 1905. Nazval ji „speciální“, protože se týkala jen speciálních případů, kdy se vztažné soustavy pohybovaly vůči sobě konstantní rychlostí. Po deset let se pak usilovně snažil rozšířit svou teorii na všechny vztažné soustavy, zejména na ty zrychlující. Obecnou teorii relativity, své vrcholné

dílo, pak publikoval v roce 1916. Okamžitě byla oslavována jako nejelegantnější teorie v dosavadních dějinách fyziky. Newtonův koncept gravitace jakožto síly působící na dálku nahradila obecná relativita geometrickou interpretací, podle které prostoročas v přítomnosti hmotného tělesa přestává být plochý – zakřivuje se.

Tato teorie krom jiného předpověděla, že paprsek světla se v přítomnosti velmi těžkého tělesa, jako je například Slunce, odchýlí od přímé dráhy. Potvrdilo se to při zatmění Slunce 29. května 1919, kdy byly vyfotografovány hvězdy v okolí ztemnělého slunečního kotouče a snímek byl porovnán s fotografií stejné oblasti vesmíru pořízenou o několik měsíců později. Polohy jednotlivých hvězd byly pečlivě změřeny a ukázalo se, že se vychýlily přesně tak, jak Einstein předpověděl. Výsledek byl oznámen na zvláštní společné schůzi Královské vědecké společnosti a Královské astronomické společnosti v listopadu téhož roku, a Einstein získal přes noc celosvětovou proslulost.³ Obecná teorie relativity dodneška prošla každým experimentálním testem, kterému byla vystavena.

Ve stejné době, kdy se fyzika potýkala s éterem, procházela klasická hudba svou vlastní krizí. O století dříve Joseph Haydn (1732–1809) a Wolfgang Amadeus Mozart (1756–1791) vytvořili ze symfonie vrcholnou formu klasické hudby a připravili tak scénu dalším. Ale přestože jejich hudba byla neobyčejně nádherná, psali ji zejména pro vídeňskou aristokratickou elitu, která se si chtěla užít pěkný večer v palácích bohatých a mocných. Až Ludwig van Beethoven (1770–1827) proměnil symfonii v působivý emocionální zážitek, schopný povznést lidskou duši podobně, jako to dokázala literatura, a věnoval symfonii celému světu. Haydn napsal

104 symfonie (vlastně 105, ale jedna se ztratila), Mozart 41 a Beethoven jen devět,⁴ ale jaká mohutná díla to jsou! Jeho poslední, devátá symfonie, „S Ódou na radost“, byla poprvé provedena v roce 1824. Je určena pro velký orchestr, čtyři vokální sólisty a sbor, a stala se zpodoběním univerzálního bratrství – natolik, že se hrála v roce 1989 u paty zborcené berlínské zdi a předznamenala znovusjednocení Německa.⁵

Beethoven zemřel roku 1827, přesně sto let po smrti Newtona. A přesně jako v případě Newtona i Beethovenův duch se vznášel dalších sto let nad veškerou západní hudbou. Žádný významný evropský skladatel, ať už si toho byl vědom či ne, se neodvážil napsat více než devět symfonií (Schubert jich zkomponoval osm, Schumann a Brahms po čtyřech, Berlioz jedinou). Gustava Mahlera si „prokletí deváté“ podmanilo natolik, že uvěřil (jak vypráví jeho žena Alma), že zemře, když se pokusí napsat desátou symfonii – a tato předtucha se také vyplnila: Mahler zemřel v roce 1911 a tato skladba zůstala nedokončená. I když symfonická produkce jednotlivých skladatelů slábla, počet členů orchestru nezbytný k provedení těchto děl trvale narůstal. Mahlerova osmá nazvaná *Symfonie tisíců* byla komponována pro osm vokálních sólistů, dvojitý sbor a obrovský orchestr; vedle této palebné síly se i Beethovenova Devátá ztrácela.

V éře po Beethovenovi však nenarůstala jen velikost orchestru a emocionální působivost symfonického žánru; ještě většího rozšíření doznal harmonický rozsah hudby. Před Beethovenem měl skladatel dosti omezený výběr přípustných akordů. V zásadě byl omezen na konsonantní čili libozvučné akordy, jako je třeba durový trojzvuk C-E-G. Byl to důsledek toho, že hlavní úlohou předbeethovenovské hudby bylo potěšit posluchače. Ať už to bylo na veřejně přístupném koncertě, na královské recepci či ve vážném

prostředí chrámu, hudba měla bavit, anebo, v posledním případě, vzbouzet v publiku posvátný úžas z Božího díla. „Ani v nejstrašnějších situacích nesmí hudba urážet ucho,“ napsal v roce 1872 Mozart. I ve skladbách v mollové tónině, pro kterou je příznačný zádumčivý mollový trojzvuk, jako je C-Es-G, se využívaly výhradně libozvučné akordy. Tu a tam se mohla vložit drobná disonance, aby vznikl chvilkový pocit napětí či parodie, ale bylo to jen kratičké vybočení, které mělo být vzápětí „napraveno“ přechodem k harmonickému souzvuku.

Tohle všechno Beethoven změnil. Ve své třetí symfonii, nazvané *Eroica* a provedené poprvé v roce 1805, opakovaně využíval drásavé disonance a synkopace (akcenty na lehké doby) s výslovným záměrem posluchače šokovat; a to se mu skutečně podařilo: symfonie byla tvrdě kritizována za porušování všech obecně přijímaných norem „dobré“ hudby. Beethoven se jako vždy kritikou veřejnosti nenechal znepokojovat ani odradit; a další komponisté ho brzy následovali: Hector Berlioz (1803–1869) běžně využíval dříve „zakázané“ akordy, aby své hudbě dodal na dramatičnosti, a Wagner a Mahler překračovali tradiční hranice ještě mnohem dál. V polovině století už byla symfonie mocným emocionálním zážitkem, schopným pozvednout posluchače do nejvyšších sfér nadšení, vášně, dokonce i bázně. O Berliozovi, nejromantičtějším ze skladatelů romantismu, se vypráví, že ho provedení jedné Beethovenovy symfonie tak strhlo, že se viditelně chvěl. Soused na vedlejšího sedadle se k Berliozovi otočil a řekl mu: „*Monsieur*, co kdybyste si venku trochu odpočinul, abyste si pak mohl hudbu více užít?“ Na což Berlioz znechuceně opáčil: „To si opravdu myslíte, že jsem tu proto, abych si užíval?!“⁶ Představa, že hudba – zejména symfonická – nesmí „urážet ucho“, byla minulostí.

Jakmile byla opuštěna tradiční harmonie, přišlo i odvržení tonality. Po tři staletí, zhruba od roku 1600 do roku 1900, byla základem západní hudby představa, že hudební skladba musí být zakotvena v nějaké základní tónině, kolem které se rozvíjí a ke které se nakonec vrací. Tento princip tonality, hudby založené na tónině, dává skladbě směr či záměr. Tonalita byla pro klasickou hudbu tím, čím byl pro klasickou fyziku éter – pevným vztažným systémem, ke kterému se vztahovala každá nota toho kterého díla.

Jenomže jak se blížil konec 19. století, byl tento osvědčený princip ohrožen. Už v Berliozově hudbě, a mnohem výrazněji v té Mahlerově, se dojem tonality postupně vytrácel, a bylo čím dál obtížnější uvědomit si, kde se v průběhu skladby nacházíme: hudba se stala atonální. Za této situace poznal Arnold Schönberg – tehdy spíše neznámý vídeňský skladatel, který se dosud podepisoval s německým umlautem –, že tonalita se vyčerpala. Rozhodl se vypracovat nový systém komponování, který, jak doufal, s tonalitou skoncuje. Zanedlouho uvidíme, nakolik se mu podařilo tento úkol splnit.

POZNÁMKY

1. Viz článek Philipa Gibbse „Why Is c the Symbol for the Speed of Light (2004); on-line na <http://math.ucr.edu/home/baez/physics/Relativity/SpeedOfLight/c.html>.
2. S jedním rozdílem: molekuly ve zvukových vlnách kmitají ve stejném směru, v jakém se vlna šíří (podélné vlnění), zatímco vlny na hladině vody se šíří kolmo ke svíslému kmitání molekul vody (příčné vlnění).
3. Dramatické dozvuky této historické události byly mnohokrát popsány; viz například Ronald W. Clark, *Einstein. The Life and Times* (New York: Avon Books, 1971), s. 263–264. V posledních letech

byly vzneseny určité pochybnosti ohledně platnosti výsledků experimentu se zatměním; viz John Waller, *Einstein's Luck: The Truth Behind Some of the Greatest Scientific Discoveries* (Oxford: Oxford University Press, 2002), kapitola 3.

4. Nepočítaje takzvanou symfonii *Bitva u Vitorie* (známou též jako *Wellingtonovo vítězství*), bombastickou hudební banalitu, která je dobrá leda k tomu, aby doložila, že i vynikající skladatel je schopen vyprodukovat naprosto průměrné dílo. V Beethovenově době měla veliký úspěch; dnes je téměř zapomenuta.
5. Hrála ji však také Berlínská filharmonie v roce 1942, za přítomnosti nejvyšších nacistických pohlavárů, aby povzbudila morálku národa po porážce německé armády v bojích o Moskvu.
6. Zdroj: Norman Lebrecht, *The Book of Musical Anecdotes* (New York: The Free Press, 1985), s. 118.

Kapitola 2

Teorie strun, 500 př. n. l.

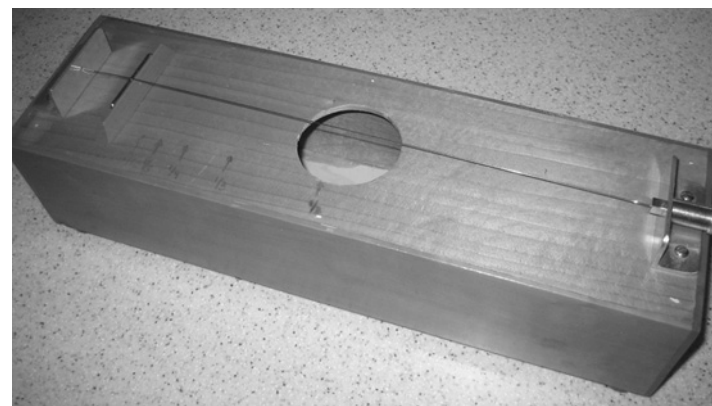
Je to vlastně dávno známá věc, že nejstarší vědou, která experimentálně stanovila kvantitativní vztahy mezi nějakými entitami, je akustika. Pythagoras ze Samu (cca 585–500 př. n. l.), legendární filozof, který bude navždy spojován především s větou o pravoúhlém trojúhelníku, započal svou vědeckou dráhu zkoumáním vibračních objektů vydávajících nějaký zvuk. Legenda praví, že jednoho dne kráčel po ulici a uslyšel hlasité zvuky vycházející z kovářny. Zastavil se, aby věc prozkoumal, a zjistil, že zvuk vydává mistrův perník dopadající na plát železa; čím mohutnější byl plát, tím hlubší zvuk vydával.

S pouhým kvalitativním pozorováním se však Pythagoras nespokojil a pustil se do experimentů s celou škálou vibrujících objektů: s napjatými strunami, sklenicemi s vodou, zvony a píšťalami (viz obr. 2.1). Údajně také sestrojil jednoduchý hudební nástroj monochord – ozvučnou desku s číselnou škálou, opatřenou jedinou strunou (viz obr. 2.2). Délka znějící struny se dá měnit kobyolkou umístěnou mezi strunou a deskou. Pythagoras zjistil, že když nechá strunu vibrovat v celé délce a pak zkrácenou na polovinu, dostane tóny, mezi nimiž panuje příjemná, harmonická spřízněnost – jde o tóny vzdálené o *oktávu*. Melodie hraná v různých oktávách zní v podstatě identicky; je to jako procházet chodbou v různých podlažích téhož hotelu. Pythagoras zjistil, že oktávě odpovídá číselný poměr 1:2.



OBR. 2.1: Pythagoras experimentující s předměty vydávajícími zvuk. Z knihy *Theorica Musicae* od Franchina Gaffuria (Milán 1492).

Poté co stanovil, že oktáva je základním hudebním intervalem, snažil se rozdělit tento poměrně velký interval na menší části. Experimenty s jinými poměry délek strun



OBR. 2.2: Monochord.



OBR. 2.3: Oktáva, čistá kvinta, čistá kvarta.

ho dovedly k objevu, který na něj hluboce zapůsobil: poměry malých čísel vytvářely harmonické, příjemné tónové poměry – souzvuky čili *konsonance* –, zatímco poměry větších čísel vedly k *disonancím*. Nejdůležitějšími souzvuky jsou *oktáva* (1:2), *kvinta* (2:3) a *kvarta* (3:4) (názvy těchto intervalů vycházejí z jejich umístění na stupnici, viz obr. 2.3 – kvinta je pátý tón počítáno od tónu základního, kvarta čtvrtý). Pythagoras v tom viděl znamení, že samotné přírodě – dokonce celému vesmíru – vládou jednoduché číselné poměry. *Vesmíru vládnou čísla*, to se stalo heslem pythagorejců, a toto heslo opanovalo vědecké myšlení na dvě následující tisíciletí.

* * *

Na tomto místě musíme na chvílku odbočit a zmínit, že počínaje zhruba rokem 1600 se stalo obvyklou praxí popisovat hudební intervaly spíše pomocí *poměrů frekvencí* než poměrů délek strun. Frekvence každé struny je nepřímo úměrná její délce, takže oktávě, kvintě a kvartě odpovídají poměry 2:1, 3:2 a 4:3. Této praxe se budeme držet i v následujícím textu.

Trojice intervalů, které jsme právě zmínili, měla hrát v hudbě zásadní roli. Pythagoras je nazýval *dokonalé konsonance*, a založil na nich svou hudební stupnici – první známý pokus utřídit hudební zvuky do uspořádaného číselného systému. Objevil, že když se od jakéhokoli tónu posunete o kvintu a následně o další kvartu, dospějete k tónu přesně o oktávu vyššímu, než byl tón, od kterého jste začali. Tento vztah lze pomocí číselných poměrů vyjádřit jako $\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{1}$. Toto platí obecně: *chcete-li sečíst dva intervaly, vynásobte poměry jejich frekvencí*. Pythagoras tak nevědomky objevil první logaritmický vztah v dějinách.

Následně poměr každé dokonalé konsonance umocňoval na stále vyšší mocniny. Mocniny poměru 2:1 vedou jen k dalším vyšším oktávám, a mocniny poměru 4:3 vedou k obrátům intervalu charakterizovaného poměrem 3:2 (o obrátu intervalu mluvíme, pokud jeho nižší tón zvýšíme o oktávu anebo jeho vyšší tón o oktávu snížíme). Pythagoras tedy pracoval s mocninami poměru 3:2, počínaje $(\frac{3}{2})^{-1} = \frac{2}{3}$, což ho dovedlo k následující řadě:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} \left(\frac{3}{2}\right)^0 \left(\frac{3}{2}\right)^1 \left(\frac{3}{2}\right)^2 \left(\frac{3}{2}\right)^3 \left(\frac{3}{2}\right)^4 \left(\frac{3}{2}\right)^5 \\ &= \frac{2}{3} \quad \frac{3}{2} \quad 1 \quad \frac{9}{4} \quad \frac{27}{8} \quad \frac{81}{16} \quad \frac{243}{32}. \end{aligned}$$

Ze všech sedmi poměrů v této řadě jen druhý a třetí leží v jedné oktávě. Abychom do jedné oktávy dovedli i zbývající poměry, vynásobíme je anebo vydělíme mocninou 2:

$$\frac{4}{3} \quad 1 \quad \frac{3}{2} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{27}{16} \quad \frac{81}{64} \quad \frac{243}{128}.$$

Když tuto novou řadu uspořádáme vzestupně a doplníme poměrem 2:1, abychom získali úplnou oktávu, získáme tento sled:

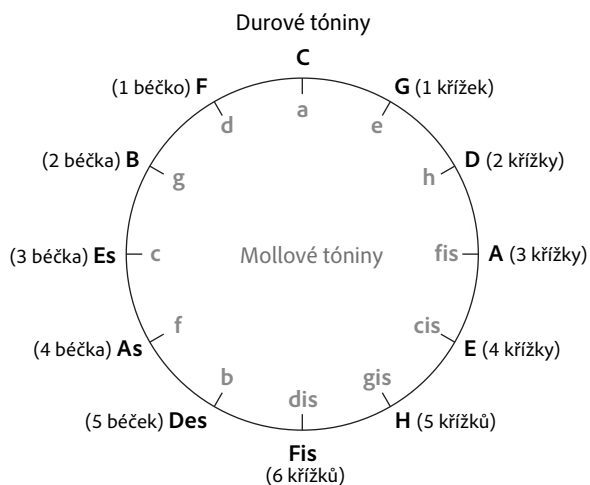
$$1 \quad \frac{9}{8} \quad \frac{81}{64} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{27}{16} \quad \frac{243}{128} \quad \frac{2}{1}.$$

Tato sekvence se nazývá *diatonická stupnice*. Udává vzájemný poměr frekvence každého tónu a frekvence základního (nejnižšího) tónu. V hudbě však nejvíce záleží na poměru sousedních tónů, to znamená na intervalu, který je dělí. Určíme-li poměr každého tónu k tónu předcházejícímu, dostaneme řadu

$$\frac{9}{8} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{256}{243} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{256}{243}.$$

Ta reprezentuje intervaly pythagorejské diatonické stupnice. Sestává jen ze dvou odlišných intervalů, velkého s poměrem 9:8 (= 1, 125), zvaného *celý tón*, a malého 256:243 (~ 1,053), zvaného *půltón*.

Na první pohled se pythagorejská stupnice jeví jako úžasný objev: vyniká zejména svou jednoduchostí, protože využívá mocnin jediného poměru 3:2. Ale tato jednoduchost je z mnoha důvodů ošidná. Zaprvé, jak se brzy naučí každý, kdo studuje hudbu, existuje schéma zvané *kvintový kruh*: začínáte na jakémkoli tónu a postupujete po kvintách.



OBR. 2.4: Kvintový kruh.

Jakmile to uděláte dvanáctkrát (a během toho projdete sledem snížených a zvýšených tónů, znících o půltón výš nebo níž než tóny diatonické stupnice), měli byste se vrátit k základnímu tónu, jen o sedm oktáv výš (viz obr. 2.4). To je však na pythagorejské stupnici nemožné: žádná kladná celá čísla m a n nemohou být řešením rovnice $(\frac{3}{2})^m = 2^n$.¹

Ještě nepříjemnější je však skutečnost, že pythagorejská škála neladí s přirozenou sekvencí vyšších harmonických čili alikvotních tónů, které vydávají prakticky všechny hudební nástroje. Když vibruje struna, zní tónem s konkrétní výškou, který lze zasadit do notové osnovy, ale tento tón doprovázejí další, vyšší tóny. Tato směsice alikvotních tónů dodává zvuku jeho charakteristickou barvu neboli témbro – vlastnost, která odlišuje zvuk houslí od zvuku klarinetu, i když hrají stejný tón.

Jak uvidíme v následující kapitole, frekvence vyšších harmonických tónů jsou vždy násobky nejnižší, základní

frekvence struny, takže vytvářejí řadu 1, 2, 3... (vzhledem k základní frekvenci). Tato řada může teoreticky pokračovat donekonečna a vytvořit nekonečný sled stále vyšších tónů. Amplitudy alikvotních tónů, a tedy i jejich intenzita, se však obvykle rychle zmenšují, a vyšší tóny zní stále slaběji a jsou obtížně slyšitelné. Bezmála dva tisíce let proto zůstávaly skryté za základním tónem a téměř nikdo si jich nepovšiml. Jejich existenci potvrdil až v osmnáctém století nepříliš známý francouzský vědec Joseph Sauveur (viz kapitola 3). Vyšší harmonické tóny však hrají v hudbě klíčovou roli, protože jsou surovinou, z níž se odvozují přirozené hudební intervaly. Pythagorejská škála, založená výhradně na poměru 3:2 a ignorující zbývající harmonické souzvučky – včetně tak důležitých poměrů jako 5:4 a 6:5 (velké a malé tercie) –, proto není v souladu s principy akustiky; šlo o čistě matematický výtvar, odtržený od fyzické reality. Byl to první známý pokus podříditi hudbu matematickým zákonům, neměl však být poslední.

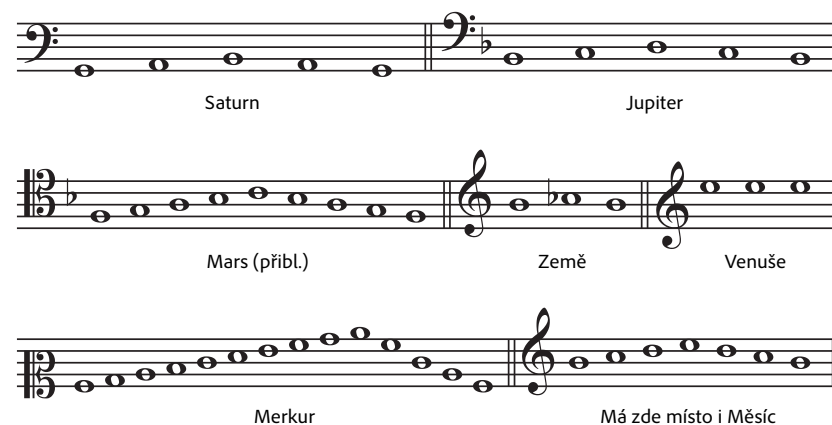
Pythagorejská stupnice byla příznačná pro pythagorejskou filozofii jako takovou. Posedlost hudební numerologií vedla Pythagorovy stoupence k přesvědčení, že ve vesmíru všemu, počínaje pravidly hudební harmonie a konče pohybem nebeských těles, vládou prosté poměry celých čísel. Tuto neochvějnou víru lépe pochopíme, když si uvědomíme, že v řecké tradici měla hudba stejné postavení jako aritmetika, geometrie a (sférická) astronomie – byla součástí *kvadrivia*, čtveřice disciplín, které si měl osvojit každý vzdělaný člověk, ekvivalentu základních vědomostí dnešních univerzit.²

Je podstatné, že pro pythagorejce mělo slovo „aritmetika“ odlišný význam než dnes; znamenalo *teorii čísel*, studující vlastnosti celých čísel, nikoli praktické dovednosti potřebné

k počítání. Podobně hudbu jako součást kvadrivia považovali spíš za *hudební teorii*, studium stupnic a harmonií, než za umění hudbu hrát. To bylo příznačné pro odtažitý postoj pythagorejců ke všem praktickým záležitostem. Jejich vesmír byl dokonalý, vládly v něm pojmy jako krása, symetrie a harmonie, ale byl vzdálený všedním přízemním úvahám. To možná bylo jednou z příčin toho, že všechny své debaty drželi v tajnosti, protože se báli posměchu spoluobčanů, kteří povětšinou žili z ruky do úst a museli denně dřít. Nedochoval se jediný spis původních pythagorejců – pokud tedy po sobě nějaké spisy vůbec zanechali. Všechno, co o nich víme, se dozvídáme od pozdějších autorů, kteří žili celá staletí po Pythagorovi a často se vzájemně předháněli v tom, kdo vyzvedne výše zásluhy uctívaného mistra.

Ale i když se jejich spisy nezachovaly, odkaz pythagorejců přetrvával téměř dva tisíce let. Generace vědců a filozofů, sdružených pod heslem „čísla vládnu vesmíru“, se snažily vysvětlit záhady kosmu na základě hudebních poměrů nebo pomocí prostých, elegantních geometrických tvarů. Kupříkladu planety musely obíhat kolem Země po kruhových oběžných drahách; bylo nepředstavitelné, že by vesmíru mohl vládnout jiný tvar než dokonale symetrická kružnice. Tím, že pythagorejci podřídili přírodní zákony svým představám o kráse, harmonii a symetrii, možná pozdrželi vědecký pokrok v následujících dvou tisíciletích.

Jedním z posledních pythagorejců byl vynikající německý astronom Johannes Kepler (1571–1630), považovaný za otce moderní astronomie. Kepler, zbožný mystik a zároveň horlivý zastánce Koperníkova heliocentrického systému, strávil více než polovinu života tím, že se snažil odvodit zákonitosti oběhu planet z pravidel hudební harmonie. Věřil, že každá planeta na oběžné dráze kolem Slunce hraje melodii, kterou



OBR. 2.5: Keplerova hudba planet. Z knihy *Harmonices Mundi, Libri V* (Linz: Jo Planck 1619).

naše uši nejsou schopné zachytit, protože zní hlouběji než nejnižší slyšitelné frekvence (nemluvě o tom, že jsou hrány v otevřeném vesmíru, tedy ve vakuu, kde se zvuk nemůže šířit). Dokonce přisoudil nebeskou melodii každé z tehdy pěti známých planet (obr. 2.5) – to byla ona slavná *hudba sfér*. Tuto slepou uličku zkoumal po desetiletí, až konečně kruhové oběžné dráhy starých Řeků zavrhl a přiklonil se k elipsám. O generaci později k nim Newton přidá parabolu a hyperbolu.

POZNÁMKY

1. To můžeme doložit tak, že rovnice přepíšeme jako $3^m = 2^k$, kde $k = m+n$. Na levé straně tak dostáváme mocninu tří, což je vždy liché číslo, zatímco na pravé je mocnina dvou, tedy vždy číslo sudé.

2. Pojem *kvadrivium* je připisován Boethiovi (6. století n. l.), ale vědomosti, které obsahuje, jsou nastíněny už v Platónově *Ústavě*. Kvadrivium společně s *triviem* (gramatikou, logikou a rétorikou) utvářejí sedm svobodných umění středověkých univerzit.

Podobně jako v matematice i v hudbě občas může být terminologie nejednoznačná. Někdy bývá nešikovně označovat různé tóny stupnice jejich skutečným označením (C D E F G A H C') a užívá se solmizačních slabik Do, Re, Mi atd. *Do* pak vždy označuje základní tón (tóniku), bez ohledu na jeho skutečné ladění, *re* označuje tón následující v diatonické stupnici hned po něm a tak dále: do, re, mi, fa, sol, la, si a opět do. Existuje i varianta tohoto systému, v níž do označuje vždy notu *c*, re označuje *d* a tak dále. Solmizační slabiky se využívají zejména ve Francii a Itálii, zatímco anglofonní země se drží skutečných názvů not. Takže až příště uslyšíte, jak Julie Andrewsová ve filmu *Za zvuků hudby* zpívá svým svěřencům do-re-mi, možná se budete ptát, jaké že tóny doopravdy zpívá.

Aby toho nebylo málo, Němci používají termín *mollová* a *durová* stupnice, zatímco Angličané je označují termíny *minor* a *major*, snížené a zvýšené tóny se v Německu označují názvem celého tónu s příponou *-es* (snížený) nebo *-is* (zvýšený), v angličtině však *flat* a *sharp* a ve francouzštině a italštině *bémol* a *dièse*. [Dodejme, že tón označovaný v angličtině B se v češtině jmenuje *h*, a *b* používané v češtině je snížený tón *h* – hes –, v angličtině označovaný jako B-flat.] Univerzální shoda nepanuje ani ohledně názvů pro noty různého trvání: známe termíny celá nota, půlová, čtvrtová, osminová a šestnáctinová – ty se používají i v USA, ale v Británii tytéž noty nesou názvy *semibreve*, *minim*, *crotchet*, *quaver* a *semiquaver*. Zdá se, že slavný Churchillův výrok

„Rozděluje nás [Brity a Američany] společný jazyk“ platí v hudební terminologii dvojnásob.

Tyto nejasnosti jsme si možná objasnili, ale vzápětí přichází problém ladění: konkrétní frekvence toho kterého tónu. Podle současného standardu má tón a' nad středním c' frekvenci 440 Hz (hertzů, neboli kmitů za sekundu) – takzvané komorní a' . Tento tón hraje hoboj před začátkem koncertu a celý orchestr se ladí podle něj. Tón c'' jeden a půl tónu nad a' , má frekvenci $440 \times 9/8 \times 16/15 = 528$ Hz, pokud je naladěn v čistém (přirozeném) ladění, ale $440 \times (\sqrt[12]{2})^3 = 523$ Hz v temperovaném ladění (viz kapitolu 6). Ladění vycházející z $a' = 440$ Hz se nazývá komorní ladění; v roce 1939 bylo zavedeno jako standardní mezinárodní koncertní ladění. Pro některé účely je však vhodné vycházet z tónu C o frekvenci 256 Hz; toto *vědecké ladění* má tu výhodu, že všechny noty c' , bez ohledu na konkrétní umístění na stupnici, jsou mocninou 2 ($256 = 2^8$), nota c'' má pak frekvenci 512 Hz, což je 2^9 . V tomto systému je tón a' asi o půltón nižší než komorní a' .

A konečně termíny *nota* a *tón*, které mají mírně odlišný význam, podle toho, kdo je používá. V USA obvykle slovo *tón* označuje konkrétní zvuk a *nota* jeho záznam v hudební osnově; v Anglii oba tyto termíny znamenají jak zvuk, tak jeho symbol. V této knize budu oba tyto termíny používat jako zaměnitelné.