

Edward Frenkel

LÁSKA A MATEMATIKA

Srdce skryté skutečnosti



argo / dokořán

Edward Frenkel

LÁSKA A MATEMATIKA

Srdce skryté skutečnosti

ARGO / DOKOŘÁN

Edward Frenkel
LÁSKA A MATEMATIKA
Srdce skryté skutečnosti

This edition published by arrangement with Basic Books, an imprint of Perseus Books, LLC, a subsidiary of Hachette Book Group, Inc., New York, New York, USA.

All rights reserved.

Copyright © 2013 by Edward Frenkel

Translation © Jan Hůla, 2020

Všechna práva vyhrazena. Žádná část této publikace nesmí být rozmnožována a rozšiřována jakýmkoli způsobem bez předchozího písemného svolení nakladatele.

Druhé vydání v českém jazyce (první elektronické).

Z anglického originálu *Love and Math: The Heart of Hidden Reality* přeložil Jan Hůla.

Odpovědný redaktor Zdeněk Kárník.

Grafická úprava Vladimír Fára, sazba Karel Horák.

Obálka podle návrhu Pavla Růta a konverze do elektronické verze Michal Puhač.

Redakce Marie Černá.

Vydalo v roce 2020 nakladatelství Dokořán, s. r. o.,

Holečkova 9, Praha 5, dokoran@dokoran.cz, www.dokoran.cz,

jako svou 1061. publikaci (334. elektronická).

ISBN 978-80-7363-880-1

Mým rodičům

OBSAH

Předmluva autora k českému vydání	9
Předmluva	11
Kapitola 1. Záhadné stvoření	19
Kapitola 2. Podstata symetrie	24
Kapitola 3. Pátý řádek	36
Kapitola 4. Kerosinka	47
Kapitola 5. Střípky řešení	53
Kapitola 6. Začínající matematik	63
Kapitola 7. Sjednocená teorie	76
Kapitola 8. Magická čísla	85
Kapitola 9. Rosettská deska	100
Kapitola 10. V začarovaném kruhu	112
Kapitola 11. Dobývání vrcholu	129
Kapitola 12. Strom poznání	135
Kapitola 13. Harvard volá	145
Kapitola 14. Vázání svazků moudrosti	156
Kapitola 15. Jemný tanec	170
Kapitola 16. Kvantová dualita	186
Kapitola 17. Odhalování skrytých souvislostí	206
Kapitola 18. Hledání vzorce lásky	231
Doslov	245
Poděkování	247
Poznámky	249
Slovník pojmů	293
Rejstřík	297

PŘEDMLUVA AUTORA K ČESKÉMU VYDÁNÍ

Dělá mi velkou radost, že *Láska a matematika* vychází v češtině; bude to již 18. překlad anglického originálu. V létě 2018 jsem navštívil Prahu a velmi na mě zapůsobily majestátní kostely, mosty a muzea i venkovní kavárny. Také jsem se zde dozvěděl o dlouhé tradici odvážného a nekonvenčního intelektuálního úsilí, které reprezentují například alchymistické výzkumy Tychona Braha, jakož i práce Johanneše Keplera a ostatních vědců pod patronátem císaře Rudolfa II. Jak podotkl Carl Gustav Jung: „[byť se] podle všeobecného mínění alchymisté pokoušeli vyrobit zlato, ve skutečnosti se však snažili osvobodit od iluzí ... a dalších neřestí“. Jejich příběhy jsou pro nás aktuální i dnes, kdy procházíme jakousi alchymickou transformací ze stavu odloučení a odcizení do stavu jednoty a úplnosti. Jsem toho názoru, že matematika se bude na tomto procesu z velké části podílet.

Matematika hraje v našem světě čím dál tím zásadnější roli. Informační technologie postavené na matematice se prosazují v našich životech stále rychlejším tempem a přinášejí nejen nové příležitosti a nevidané možnosti komunikace, ale také mnoho výzev, jež se týkají vnímání naší identity a reality, naší kultury, a dokonce i pojetí pravdy. Není divu, že se v tomto prostředí mnoho lidí obrací k matematice a vědě vůbec, aby se v dnešním světě dokázali zorientovat. Mnoho lidí se mě například ptá: „Je život pouze algoritmus? Je člověk pouze sekvencí jedniček a nul? Je láska pouze chemickou reakcí?“ Jsou to důležité otázky, kterými bychom se měli zabývat.

Z tohoto důvodu věřím, že je pro nás všechny důležité, abychom se seznámili s fascinujícími myšlenkami moderní matematiky a na vlastní oči spatřili, čím se ve skutečnosti zabývá. Pouze tak budeme schopni odhalit její potenciál a transformační sílu.

Způsob, jakým se dnes matematika vyučuje, je bohužel podobný tomu, jako kdybychom se v hodinách výtvarné výchovy učili pouze natírat ploty či stěny a nikdy se nedozvěděli o dílech velkých mistrů. Kvůli tomu mnozí z nás nikdy nespatří zázraky moderní matematiky, nebo ještě hůře – získají

k tomuto oboru odpor a řeknou si, že mu nikdy neporozumí. Naše nevědomost a nechuť k matematice potom mohou hrát do karet různým elitám, které zneužívají matematiku k vlastnímu prospěchu. Stačí si vzpomenout na hromadné sledování občanů, finanční machinace či mezinárodní korporace, které se snaží měnit a ovládat naše chování pomocí sociálních sítí a jejich algoritmů s umělou inteligencí – a mnohé další případy. V tomto novém světě se matematika stala mocným nástrojem, který může být použit pro dobré i pro špatné účely. Potřebujeme, aby se matematika stala naším pomocníkem, nikoli nepřítelem, abychom ovládli její sílu.

Cílem této knihy není ani tak vysvětlit čtenářům nějaký konkrétní matematický problém či obor, ale spíše jim poskytnout panoramatický pohled na celou matematiku, aby si uvědomili, že může být jakýmsi portálem do skryté reality, klíčem k porozumění hlubokým pravdám o světě kolem nás – a také k poznání nás samotných.

Matematika vytváří most mezi hmotou a myslí, mezi tím, co z vesmíru můžeme poznat, a tím, co je stále nepoznané a nezhmotněné – co zatím zůstává v říši představivosti. Jako rozhraní mezi realitou a mýtem matematika zosobňuje naši touhu po jednotě, úplnosti a celistvém Já.

Jakmile se otevřeme této věčné eleganci a moudrosti, již se dále nebudeme považovat za malá kolečka ve velkém stroji a uvědomíme si, že jsme tvůrci tohoto světa, kteří si navzájem umí předávat krásu a lásku.

Vítejte v tomto novém světě!

Edward Frenkel, červenec 2019

PŘEDMLUVA

Mimo dosah našich smyslů se nachází tajuplný svět. Skrytý paralelní vesmír plný krásy a elegance, který je složitě propleten s tím naším. Je jím svět matematiky a pro mnohé je neviditelný. Naše kniha je pozvánkou k jeho objevování.

Zamysleme se nad následujícím paradoxem. Na jedné straně je matematika nezastupitelnou součástí našich každodenních životů. Vždy, když provedeme online transakci, pošleme textovou zprávu, zadáme výraz do vyhledávače na internetu nebo použijeme GPS, tak jsou ve hře matematické formule a algoritmy. Na druhé straně má z matematiky většina lidí hrůzu. Slovy básníka Hanse Magnuse Enzensbergera se matematika stala „slepou skvrnou naší civilizace, exteritoriální oblastí, v níž se opevnilo jen několik málo zasvěcenců“. Podle něj se nestává, že bychom „narazili na někoho, kdo vehementně tvrdí, že mu pouhá četba románu, podívání se na obraz nebo návštěva kina způsobují nepřekonatelná muka“, ale i „inteligentní a vzdělaní lidé“ často říkají „s podivnou směsí vzdoru a hrdosti“, že matematika je pro ně „čisté mučení“ nebo „noční můra“.

Kde se vzala taková anomálie? Nabízejí se dvě příčiny. Zaprvé, matematika je abstraktnější než ostatní obory, a proto není tak přístupná. Zadruhé to, co studujeme ve škole, je jen velmi malá část matematiky, která byla navíc z většiny vybudována před více než tisíci lety. Od té doby došlo v matematice k výraznému posunu, jenže poklady moderní matematiky zůstávají pro většinu lidí skryty.

Jak by to vypadalo, kdybyste ve škole měli hodiny výtvarného umění, kde by vás učili pouze natírat plot? Co kdyby vám nikdy neukázali obrazy, které namaloval Leonardo da Vinci nebo Picasso? Byli byste schopni docenit umění? Chtěli byste se o něm dozvědět více? Pochybuji. Pravděpodobně byste řekli něco jako: „Studium umění pro mě bylo ztrátou času. Jestli budu někdy potřebovat natřít plot, tak si na to najmu lidi.“ Toto je samozřejmě nadsázka, ale takovým stylem se matematika vyučuje, a proto je v očích mnoha z nás

stejně zábavná jako sledování zasychajícího nátěru. Zatímco malby velkých mistrů jsou všem k dispozici, matematika velkých mistrů zůstává skryta.

Matematiku tak zajímavou však nedělá jen estetická krása. Slavný je Galileův výrok: „Zákony přírody jsou napsány jazykem matematiky.“ Matematika je nástrojem k popisu reality a ke zjištění, jak funguje svět. Je to univerzální jazyk, který se stal zlatým standardem pravdy. V našem světě, který je stále více řízen vědou a technologií, se matematika stává zdrojem moci, bohatství a pokroku. Proto hranice pokroku mohou posouvat jen ti, kteří plynule mluví jejím jazykem.

Lidé si často mylně myslí, že matematika může být použita pouze jako jakýsi nástroj: například biolog, který v terénu nashromáždil data z měření, později sestaví matematický model, který tato data vysvětlí. I když i toto je její důležitá součást, matematika nám nabízí mnohem více: umožňuje nám po skocích měnit paradigmaty, což bychom bez ní nedokázali. Například Albert Einstein se nesnažil vysvětlit nějaká data pomocí rovnic, když pochopil, že gravitace způsobuje zakřivení prostoru. Ve skutečnosti žádná taková data nebyla k dispozici. Nikdo si dokonce nedokázal ani představit, že by prostor mohl být zakřivený. Všichni pevně věřili, že náš svět je plochý, Einstein však pochopil, že jde o jedinou možnost, jak zobecnit speciální teorii relativity na neinerciální soustavy a zároveň zahrnout svůj vhled, že gravitace a zrychlení mají stejnou podstatu. Byl to netriviální intelektuální výkon na poli matematiky, při kterém Einstein spoléhal na padesát let starou práci matematika Bernharda Riemanna. Zakřivené prostory o více než dvou rozměrech si člověk nedokáže představit, ale pomocí matematiky se s nimi dá pracovat. A hádejte, co se stalo: Einstein měl pravdu, náš vesmír je zakřivený, a navíc se rozpíná. To ilustruje sílu matematiky, o které mluvíme.

Lze najít mnoho podobných příkladů, nejen ve fyzice, ale i v ostatních vědních oborech (některé z nich si ještě uvedeme). Když se podíváme do minulosti, uvidíme, že věda a technologie se díky matematickým idejím stále rychleji transformují. Dokonce i matematické teorie, které se zprvu zdají abstraktní a ezoterické, se později stávají pro aplikace nepostradatelnými. Charles Darwin, jehož práce se o matematiku zpočátku neopírala, později ve své autobiografii napsal: „Hluboce lituji toho, že jsem nedošel dostatečně daleko, abych byl schopen pochopit alespoň některé z nejdůležitějších principů matematiky, protože u člověka, který má tyto schopnosti, se zdá, jako by měl šestý smysl.“ Je to jasnozřivá rada, která další generace nabádá, aby zúročily nesmírný potenciál, jež matematika nabízí.

Když jsem vyrůstal, nebyl jsem si tohoto skrytého světa matematiky vědom. Jako většina lidí jsem si myslel, že matematika je suchý a nezajímavý předmět. Měl jsem ale štěstí, v posledním ročníku na střední škole jsem poznal profesionálního matematika, který mi umožnil do tohoto kouzelného světa nahlédnout. Uvědomil jsem si, že matematika je stejně jako poezie, umění a hudba plná možností, elegance a krásy. Zamiloval jsem se do ní.

Draží čtenáři, chtěl bych pro vás vykonat to, co pro mě vykonali moji učitelé: odkrýt vám sílu a krásu matematiky a umožnit vstup do tohoto kouzelného světa, i kdybyste byli tím typem člověka, který nikdy nepoužil slova „láska“ a „matematika“ v téže větě. Matematika se vám dostane pod kůži, stejně jako se to stalo mně, a váš pohled na svět již nikdy nebude stejný.

* * *

Matematické poznání je jiné než ostatní druhy poznání. Zatímco vnímání fyzického světa může být zkreslené, vnímání matematických pravd zkreslené být nemůže. Jsou to objektivní, trvalé a důležité pravdy. Matematická formule nebo věta má pro každého stejný význam - nehledě na pohlaví, náboženské vyznání nebo barvu pleti - a týž význam bude mít i za tisíc let. Úžasné je však i to, že všechny patří všem. Nikdo si nemůže patentovat matematickou formuli. V tomto světě není nic tak hlubokého a dokonalého, a zároveň tak snadno dostupného. Fakt, že existuje podobná zásobárna vědomostí, je skoro neuvěřitelný. Je příliš vzácná na to, abychom ji ponechali pouze několika zasvěceným - patří nám všem.

Jednou z hlavních funkcí matematiky je organizace informací - totéž, co odlišuje Van Goghovy tahy štětce od pouhých barevných cákanců. S příchodem 3D tisku se radikálně mění svět, na který jsme zvyklí: veškeré věci přecházejí ze sféry fyzických objektů do sféry informací a dat. Brzy budeme schopni na povel převádět informace na hmotu pomocí 3D tiskáren se stejnou lehkostí, s jakou dnes převádíme PDF soubor na knihu nebo MP3 soubor na hudební skladbu. V tomto novém světě je role matematiky ještě důležitější: role nástroje k organizování a třídění informací a k jejich následné přeměně ve fyzickou skutečnost.

V této knize prozkoumáme jednu z největších myšlenek, které vznikly v matematice za posledních padesát let: Langlandsův program, který je někdy považován za sjednocenou teorii veškeré matematiky. Je to fascinující teorie, která nalézá provokující spojitosti mezi zdánlivě nesouvisějícími matematickými obory: algebrou, geometrií, teorií čísel, analýzou, a dokonce

i kvantovou fyzikou. Pokud si tyto obory představíme jako kontinenty ve skrytém světě matematiky, potom může být Langlandsův program dokonalým teleportem, který nás dokáže v mžiku přenést z jednoho kontinentu na druhý.

Program představil koncem šedesátých let Robert Langlands (který v současnosti obývá původní kancelář Alberta Einsteina v Institutu pokročilých studií v Princetonu) a vychází z průlomové matematické teorie symetrií, z myšlenek, které formuloval před dvěma sty lety francouzský génius Évariste Galois těsně před tím, než byl ve věku dvaceti let zabit v souboji. Posléze byl Langlandsův program obohacen o zásadní objev, který nejenže vedl k důkazu velké Fermatovy věty, ale také změnil naše uvažování o číslech a rovnicích. Dalším velkým krokem bylo poznání, že matematika má svoji vlastní Rosettskou desku a že je plná záhadných analogií a metafor. Pomocí této Rosettské desky se Langlandsův program rozšířil na geometrii a kvantovou fyziku, kde do zdánlivého chaosu vnesl řád a harmonii.

O tomto všem si budeme v této knize vyprávět, abychom poodhalili hluboké a překvapující stránky matematiky. Matematika prolamuje konvence a při hledání pravdy je neobyčejně vynalézavá. Tvůrce teorie množin Georg Cantor napsal: „Esence matematiky spočívá v její svobodě.“ Matematika nás učí rigorózně analyzovat realitu, studovat fakta a sledovat, kam vedou. Osвобоjuje nás od dogmat a předsudků, rozvíjí schopnost inovovat. Poskytuje tak nástroje, které ji samotnou přesahují.

Tyto nástroje lze použít pro dobré i špatné účely, což nás nutí zvážit dopad matematiky na reálný svět. Například globální ekonomická krize byla z velké části zapříčiněna nevhodným použitím matematických modelů na finančních trzích. Mnozí z předních činitelů těmto modelům pro svou matematickou nevzdělanost nerozuměli, ale kvůli zisku je tvrdohlavě používali dál, až se celý systém skoro zhroutil. Neprávem těžili z privilegovaného přístupu k informacím a doufali, že se na jejich nevědomost nepříjde, protože těmto matematickým modelům nerozuměli ani ostatní. Možná, že kdyby více lidí chápalo, jak tyto modely fungují - jaké jsou zákonitosti systému - netrvalo by jejich zneužívání tak dlouho.

Jako další příklad si vezměme toto: v roce 1996 se v tajnosti sešla komise ustanovená americkou vládou a pozměnila způsob výpočtu indexu spotřebitelských cen, tedy oficiální míry inflace, která ovlivňuje daňová pásma, sociální a zdravotní pojištění a jiné indexované platby. Týkalo se to desítek milionů Američanů, nicméně o metodě výpočtu a jejím dopadu se nekonala

skoro žádná veřejná diskuse. Nedávno se navíc uskutečnil pokus o zneužití této záhadné formule k vytvoření zadních vrátek k ekonomice Spojených států.¹

V matematicky gramotné společnosti by se takové utajené dohody uzavíraly mnohem hůře. Všichni by měli mít přístup k matematickým znalostem a nástrojům, které jsou potřebné k ochraně před náhodnými rozhodnutími, které v matematikou řízeném světě činí pouze několik mocných. Kde není matematika, tam není ani svoboda.

* * *

Matematika je stejně jako umění, literatura a hudba součástí našeho kulturního dědictví. Jako lidé toužíme po objevování nových věcí a významů, po lepším chápání vesmíru a našeho místa v něm. Bohužel už nemůžeme objevit nový kontinent jako Kolumbus ani být první, kdo stane na Měsíci. Co kdybyste se zde dozvěděli, že se nemusíte plavit přes oceán nebo letět do vesmíru, abyste objevili divy světa? Jsou přímo před našimi zraky, propleteny s každodenní realitou, jistým způsobem uvnitř každého z nás. Matematika řídí tok vesmíru a ve skrytu za jeho tvary a křivkami drží otěže všech jevů od nepatrných atomů až po ty největší hvězdy.

Naše kniha je pozvánkou do tohoto pestrého a okouzlujícího světa. Je určena čtenářům bez jakéhokoli matematického vzdělání – pokud si myslíte, že matematika je těžká a že ji nikdy nepochopíte, pokud z ní máte hrůzu, ale zároveň je ve vás přirozená zvědavost, pak je to kniha právě pro vás.

Často narážíme na mylný názor, že člověk musí matematiku studovat roky, aby ji dokázal ocenit. Někteří si dokonce myslí, že jakmile dojde na matematiku, mají vrozenou vadu chápání. S tím nelze souhlasit. Většina z nás má alespoň základní představu o konceptech jako Sluneční soustava, atomy, elementární částice, dvojité šroubovice DNA a mnoha dalších, aniž by studovali fyziku nebo biologii. Nikdo se nediví, že jsou tyto složité koncepty součástí naší kultury, našeho kolektivního vědomí. Stejně tak může každý pochopit klíčové matematické myšlenky, pokud jsou správně vysvětleny, a nemusí k tomu roky studovat. V mnoha případech se dá přejít rovnou k jádru věci a zdlouhavé kroky přeskočit.

Problém je však v tom, že zatímco celý svět mluví o planetách, atomech a DNA, jen málokdo se obtěžuje hovořit o fascinujících myšlenkách moderní matematiky, jako jsou grupy symetrií, nádherné geometrické tvary zvané Riemannovy plochy nebo nové početní systémy, ve kterých dva a dva nedávají

vždy čtyři. Je to podobné, jako by vám někdo ukazoval malé kotě a tvrdil, že takto vypadá tygr. Jenže tygr vypadá úplně jinak. Ukážeme si, jak je tento tygr ve skutečnosti velkolepý, abyste mohli ocenit (slovy Williama Blakea) jeho „děsivou krásu“.

Nepropadejte však přílišnému optimismu. Pouhým přečtením této knihy se z nikoho matematik nestane – a nakonec to ani není nutné. Podívejte se na to takto: když se naučíte pár akordů, tak budete schopni na kytaru zahrát několik písní. Špičkového kytaristu to z vás neudělá, ale obohatí to váš život. V této knize si ukážeme základní akordy moderní matematiky, které vám jsou možná zatím skryty – uvidíte, že to obohatí váš život.

Jeden můj učitel, velký Izrail Mojsejevič Gelfand, říkával: „Lidé si myslí, že matematice nerozumějí, záleží však jen na tom, jak jim problém vysvětlíte. Když se zeptáte opilce, jestli jsou větší $2/3$ nebo $3/5$, tak vám nebude umět odpovědět. Když mu tu otázku ale zopakujete jinými slovy: jestli jsou lepší 2 láhve vodky pro 3 lidi nebo 3 láhve vodky pro 5 lidí, tak vám hned odpoví, že samozřejmě 2 láhve pro 3 lidi.“ I my se zde budeme snažit vysvětlit celou látku slovy, kterým porozumí každý.

Zároveň vám budu vyprávět o svých zkušenostech z mládí, kdy jsem vyrůstal v bývalém Sovětském svazu, kde se matematika stala jakýmsi útočištěm v tíživé situaci způsobené tehdejšími režimem. V důsledku jeho diskriminační politiky mi zakázali vstoupit na půdu Moskevské státní univerzity. Zabouchli mi dveře před nosem. Byl jsem vyvrženec. Ale nevzdal jsem to. Vždy jsem potají vklouzl do univerzitní budovy, abych se mohl účastnit lekcí a seminářů. Samostatně jsem do pozdních nočních hodin čítával knihy o matematice, a nakonec jsem dosáhl svého. Když mě nepustili předními dveřmi, vlezl jsem oknem. Kdo vás může zastavit, když jste zamilovaní?

Pod ochranu si mě vzali dva brilantní matematici a stali se mými mentory. Pod jejich vedením jsem začal provádět svůj výzkum v matematice. Stále jsem byl ještě studentem střední školy, ale už jsem se dotýkal hranic nepoznaného. Byla to nejvíce vzrušující část mého života a dělal jsem to, i když jsem věděl, že za tehdejších poměrů nemám v Sovětském svazu šanci získat práci jako matematik.

Nicméně na mě čekalo překvapení. Moje první publikace se dostaly do světa, staly se známými a já jsem ve věku jednadvaceti let dostal pozvánku na Harvardovu univerzitu. Zázračnou náhodou tehdy perestrojka pozvedla železnou oponu a občané Sovětského svazu mohli vycestovat, takže jsem najednou, ještě bez doktorátu, skončil jako harvardský hostující profesor.

Zvítězil jsem a pokračoval ve své akademické dráze, která můj výzkum vedla k hranicím Langlandsova a umožnila mi být součástí významného pokroku, jenž se v této oblasti v posledních dvaceti letech odehrál. V této knize popíšeme pozoruhodné výsledky mnoha brilantních vědců i to, co se při práci na nich odehrávalo v pozadí.

* * *

Tato kniha je však také o lásce. Jednou jsem měl vizi o matematikovi, který objevil „formuli lásky“, což se pak stalo tématem filmu *Obřady lásky a matematiky*, o kterém budeme mluvit později. Kdykoli ten film někomu pustím, tak se mě zeptá: „Opravdu existuje formule lásky?“

Moje odpověď zní: „Každá formule, kterou objevíme, je formulí lásky.“ Matematika je zdrojem věčného a hlubokého poznání, které vychází z nitra veškeré hmoty a sjednocuje nás napříč kulturami, kontinenty a staletími. Přeji si, abychom všichni byli schopni spatřit, ocenit a užasnout nad kouzlem, krásou a harmonií těchto myšlenek, formulí a rovnic. Věřím, že to dá naši lásce k tomuto světu a k sobě navzájem mnohem vyšší smysl.

NÁVOD PRO ČTENÁŘE

Matematické koncepty v této knize jsem se snažil prezentovat tím nejjednodušším a nejintuitivnějším způsobem, nicméně některé části knihy obsahují celkem těžkou matematiku (obzvlášť části kapitol 8, 14, 15 a 17). Bude úplně v pořádku, pokud při prvním čtení přeskočíte ty partie, které se vám budou zdát příliš náročné. Pokud se k nim vrátíte později, možná pro vás budou snáze stravitelné, vždy však můžete pokračovat v četbě i bez nich.

Rád bych zde zdůraznil, že je naprosto v pořádku, pokud vám něco nebude jasné – já se tak cítím po 90 % času, který věnuji matematice. Vítejte v mém světě. Pocity zmatku či dokonce frustrace jsou nedílnou součástí profese matematika. Podívejte se na to ale ze světlé stránky: jak nudný by byl svět, kdyby vše bylo pochopitelné jen s malým úsilím. To, co dělá matematiku tak vzrušující, je naše touha překonat závoj nevědomosti. Pocit osobního triumfu, poté co něčemu porozumíme, je důvodem, proč stojí za to se jí věnovat.

V této knize se spíše než na technické detaily soustředíme na širší kontext a logické souvislosti mezi různými koncepty a odvětvími matematiky. Hlubší vysvětlení lze často nalézt ve vysvětlivkách, jež zároveň obsahují odkazy na literaturu, nicméně je můžete bez výčitek, alespoň při prvním čtení, přeskočit.

Vzorce jsem se snažil používat co nejméně. Pokud to šlo, tak jsem raději zvolil slovní vysvětlení, a těch několik vzorců, které se občas objeví, můžete dle libosti také přeskočit.

Ještě upozornění k matematické terminologii: ke svému překvapení jsem zjistil, že určité termíny, které matematici používají pro specifické účely, znamenají pro nematematiky něco zcela jiného. Mám na mysli výrazy jako korespondence, reprezentace, skládání, smyčka, nebo teorie. Kdykoli jsem si tento problém uvědomil, přidal jsem do textu vysvětlivku. Vždy, když to bylo možné, jsem se pokusil nahradit nezvyklé matematické výrazy těmi, jejichž význam je průhlednější (například místo termínu „Langlandsova korespondence“ používám termín „Langlandsova relace“). Kdykoli se vyskytne slovo, kterému nebudete rozumět, může vám přijít vhod slovník pojmů na konci knihy.

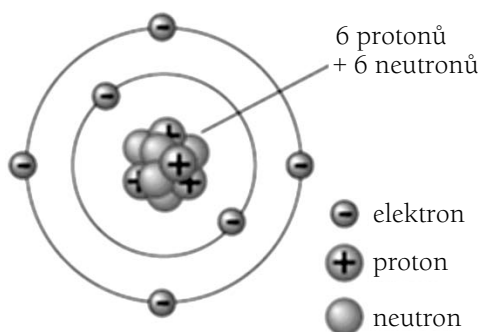
Na mých internetových stránkách <http://edwardfrenkel.com> naleznete aktualizace a doplňující materiály k této knize. Zároveň tam naleznete také e-mailovou adresu, na kterou mi můžete poslat svoje názory na tuto knihu. Vaší odezvy si budu velice vážit.

ZÁHADNÉ STVOŘENÍ

Jak se člověk stane matematikem? Může k tomu dojít mnoha způsoby. Povím vám svůj příběh.

Možná vás to překvapí, ale na základní škole jsem matematiku nesnášel. Dobře, „nesnášel“ je možná příliš silné slovo. Řekněme tedy, že jsem ji neměl rád. Zdála se mi nudná. Neměl jsem problémy s řešením příkladů, ale nechápal jsem, proč je řešit. Učivo, které jsme probírali v hodinách, se mi zdálo zbytečné a nepodstatné. Co mě opravdu přitahovalo, byla fyzika, zvláště pak fyzika kvantová. S nadšením jsem četl každou populárně-naučnou knihu o kvantové fyzice, na kterou jsem narazil. Vyrůstal jsem v Rusku, kde tyto knihy byly snadno k dostání.

Kvantový svět mě fascinoval. Již v dávných dobách vědci a filozofové přemýšleli o základní povaze vesmíru. Někteří dokonce přišli s hypotézou, že se veškerá hmota skládá z malých částic, které nazvali atomy. Existence atomů byla prokázána na začátku 20. století, ale přibližně ve stejné době vědci zjistili, že i atomy jsou dále dělitelné. Ukázalo se, že každý atom ve svém středu obsahuje jádro, kolem kterého obíhají elektrony. Jádro se dále skládá z protonů a neutronů, jak je vidět na obrázku 1.¹



Obr. 1: Atom uhlíku.

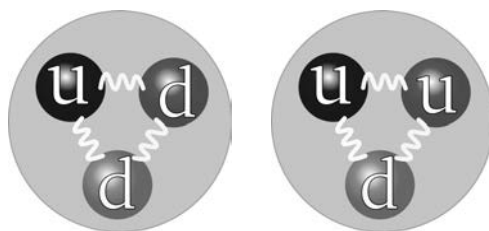
Jak je to s protony a neutrony? V knihách, které jsem četl, bylo napsáno, že je tvoří elementární částice, které se nazývají „kvarky“.

Slovo „kvark“ se mi líbilo, a hlavně to, jak vzniklo. Murray Gell-Mann, objevitel těchto částic, si je vypůjčil z knihy Jamese Joyce s názvem *Plačky nad Finneganem*, ve které je následující posměšná báseň:

Tři kvarky pro pana Marka!
Ten chlapík má jistě na víc.
Zatím vezme, že neukázal skoro nic.

Překvapilo mě, že nějaký fyzik pojmenoval částici podle románu, zvláště tak složitého, jako jsou *Plačky nad Finneganem*. Bylo mi okolo třinácti a už tehdy jsem byl přesvědčen, že se od vědců očekává, že budou samotáři, kteří jsou tak hluboce zabráni do své práce, že nemají zájem o ostatní aspekty života, jako je umění a jiné humanitní směry. Já jsem takový nebyl. Měl jsem spoustu přátel, rád jsem četl a kromě vědy jsem se zajímal o mnoho dalších věcí. Bavilo mě hrát fotbal, s přáteli jsem strávil nesčetné hodiny na hřišti. Zhruba ve stejném období jsem objevil impresionistické malby. Začalo to tím, že jsem v knihovně svých rodičů narazil na tlustý svazek o impresionismu. Van Gogh byl můj favorit. Okouzlen jeho prací jsem dokonce zkoušel malovat sám. To vše ve mně vzbuzovalo pochyby, že bych se mohl stát vědcem. Když jsem se dověděl, že nositel Nobelovy ceny za fyziku Gell-Mann měl tak různorodé zájmy (nejen o literaturu, ale také o lingvistiku, archeologii a jiné), udělalo mi to velkou radost.

Podle Gell-Manna existují dva typy kvarků, horní a dolní. Proporce, v jakých jsou namíchány, udávají charakteristiku protonů a neutronů. Neutron je tvořen ze dvou dolních a jednoho horního kvarku a proton ze dvou horních a jednoho dolního kvarku, jak vidíme na následujících obrázcích.²



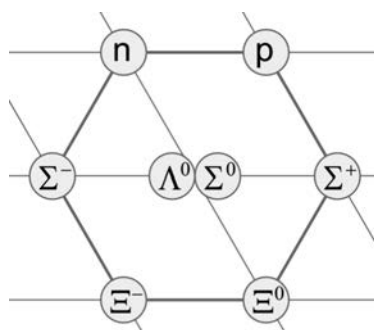
Obr. 2: Neutron a proton.

To bylo celkem srozumitelné, nicméně to, jak vědci zjistili, že protony a neutrony nejsou nedělitelné, už tak zřejmé nebylo.

Na konci padesátých let už bylo známo velké množství zdánlivě elementárních částic, kterým se říká hadrony. Neutrony i protony se řadí mezi hadrony a samozřejmě se o nich ví, že tvoří základní stavební kameny hmoty. Nikdo ale neměl ani tušení, jakou roli hrají ty zbývající hadrony (čili „kdo si je objednal“, jak řekl jeden vědec). Bylo jich tolik, že si významný fyzik Wolfgang Pauli z žertu stěžoval, že se z fyziky stala botanika. Fyzici zoufale hledali způsob, jak hadrony dostat pod kontrolu. Potřebovali objevit skryté principy, které řídí jejich chování, a vysvětlit tuto zdánlivou různorodost.

Gell-Mann a Juval Ne'eman nezávisle na sobě navrhli nové klasifikační schéma. Ukázali, že hadrony mohou být přirozeně rozděleny do dvou menších skupin po osmi a deseti částicích, které nazvali oktety a dekaplety. Částice ve stejné skupině měly vždy obdobné vlastnosti.

V populárních knížkách, které jsem tehdy čítával, byly oktety zobrazovány pomocí následujících diagramů:



Obr. 3: Diagram oktetu.

Proton je zde označen písmenem „p“, neutron písmenem „n“ a šest dalších částic s podivnými názvy označují řecká písmena.

Ale proč zrovna 8 a 10, proč ne třeba 7 a 11? V knihách, které jsem četl, jsem nemohl nalézt smysluplnou odpověď. Často zmiňovaly záhadnou myšlenku, které Gell-Mann říkal „osmidílná cesta“ (čímž odkazoval na Buddhovu „ušlechtilou osmidílnou stezku“), nikde ale nebylo vysvětleno, kde se tato čísla vzala.

Toto chybějící vysvětlení mě hluboce zneklidňovalo. Chtěl jsem tuto záhadu rozluštit, ale nevěděl jsem jak.

Shodou náhod se mi dostalo pomoci od rodinného přítele. Vyrůstal jsem v malém průmyslovém městě s názvem Kolomna, které leží asi sedmdesát kilometrů od Moskvy, což jsou zhruba dvě hodiny vlakem. Moji rodiče zde pracovali jako inženýři ve velké továrně zabývající se těžkým strojírenstvím. Kolomna je město s dlouhou historií, bylo založeno v roce 1177 (pouze třicet let po založení Moskvy) a leží na soutoku dvou řek. Ještě dnes tam nalezneme pár pěkných kostelů a městské hradby, které vypovídají o slavné minulosti tohoto města. Není to ale žádné centrum vzdělanosti. Byla zde jen jedna vysoká škola, pedagogický institut. Jeden z profesorů na této škole, matematik jménem Jevgenij Jevgenijevič Petrov, byl dlouholetým přítelem mých rodičů. Jednou ho moje matka potkala na ulici a dala se s ním do řeči. Matka o mně ráda vyprávěla svým známým, takže i tentokrát na mě došla řeč. Když Jevgenij Jevgenijevič slyšel, že se zajímám o vědu, prohlásil: „Musím ho poznat. Pokusím se ho přitáhnout k matematice.“

„To těžko,“ odvětila matka, „matematiku nemá moc v oblibě. Myslí si, že na ní není nic zajímavého. Chce se věnovat kvantové fyzice.“

„Žádný strach,“ odpověděl Jevgenij Jevgenijevič, „asi už vím, jak změnit jeho postoj.“

Domluvili mi tedy schůzku. Nebyl jsem z toho nijak nadšený, ale stejně jsem Jevgenije Jevgenijeviče navštívil v jeho kanceláři.

Bylo mi sotva patnáct let a končil jsem devátou třídu, což byla předposlední třída na druhém stupni. (Byl jsem o rok mladší než moji spolužáci, protože jsem přeskočil šestou třídu.) Jevgenij Jevgenijevič byl skromný a přátelský čtyřicátník. S brýlemi a vousy vypadal přesně tak, jak jsem si tehdy matematika představoval. V jeho velkých očích bylo něco poutavého. Překypovaly zvědavostí na všechno kolem.

Ukázalo se, že Jevgenij Jevgenijevič měl chytrý plán, jak mě obrátit k matematice. Hned jak jsem vešel do jeho kanceláře, zeptal se mě: „Slyšel jsem, že tě zajímá kvantová fyzika. Slyšel jsi o Gell-Mannově osmidílné cestě a kvarkovém modelu?“

„Ano, četl jsem o tom několik populárně-naučných knih.“

„A víš, co je základem tohoto modelu? Jak Gell-Mann přišel na tyto myšlenky?“

„No...“

„Slyšel jsi už někdy o grupě $SU(3)$?“

„ SU co?“

„Jak bys mohl pochopit kvarkový model, když nevíš, co je grupa $SU(3)$?“

Vytáhl ze své knihovny pár knih, otevřel je a ukázal mi stránky plné různých vzorců. Zahlédl jsem tam známé oktetové vzorce, podobné jako na obrázku 3. Nebyly to ale jen pěkné obrázky, byly součástí něčeho, co vypadalo jako souvislé a detailní vysvětlení.

I když jsem nevěděl, kde mají ty formule hlavu a patu, bylo mi jasné, že obsahují odpovědi, které jsem hledal. Byl to okamžik zjevení. Byl jsem fascinován tím, co jsem slyšel a viděl, dotčen něčím, co jsem nikdy dřív nezažil, neuměl jsem to vyjádřit slovy. Bylo to jako nadšení, které člověk prožívá, když slyší hudbu nebo vidí obraz, který vytváří nezapomenutelný dojem. Jediné, co jsem byl schopen říct, bylo „Páni!“.

„Pravděpodobně sis myslel, že matematika je to, co tě učí ve škole,“ řekl Jevgenij Jevgenijevič a zavrtěl hlavou. „Ne, toto je matematika,“ a ukázal na formule v knize. „A pokud opravdu chceš porozumět kvantové mechanice, tak musíš začít tady. Gell-Mann předpověděl kvarky pomocí nádherné matematické teorie. Ve skutečnosti to byl matematický objev.“

„Ale jak bych tomu mohl aspoň trochu porozumět?“

Vypadalo to celkem děsivě.

„Neměj strach. Nejdřív musíš pochopit koncept grupy symetrií. To je hlavní myšlenka. Je na ní založena velká část matematiky a teoretické fyziky. Zde je pár knih, které ti půjčím. Začni je číst a označ si všechny věty, kterým nebudeš rozumět. Můžeme se zde potkávat každý týden a povídat si o tom.“

Půjčil mi knihu o grupách symetrií, a ještě pár dalších na témata, jako jsou p -adická čísla (číselný systém, který je velmi odlišný od toho, na který jsme zvyklí) a topologie (obor zabývající se základními vlastnostmi geometrických útvarů). Jevgenij Jevgenijevič měl výborný vkus, našel takovou kombinaci knih, která mi umožnila spatřit to záhadné stvoření jménem Matematika z mnoha různých stran - a nadchnout se pro ni.

Ve škole jsme studovali věci, jako jsou kvadratické rovnice, trocha infinitezimálního počtu, nějakou základní eukleidovskou geometrii a trigonometrii. Domníval jsem se, že se veškerá matematika točí kolem těchto disciplín, snad jen že jde do větší hloubky, avšak knihy, které mi půjčil Jevgenij Jevgenijevič, obsahovaly záblesky ze zcela jiného světa, jehož existenci jsem si ani nedokázal představit.

Okamžitě jsem konvertoval.