MARTIN
GARDNER

ZÁBAVNÉ MATEMATICKÉ HÁDANKY

Ilustrace
Anthony Ravielli

Dokořán 2018

OBSAH

Úvod 10

ČÁST I - Aritmetické hádanky 13
Barevné ponožky 16
Těžký problém 18
Stříbrný prut 21
Tři kočky 26
Cigarety paní Šlučíkové 28

Část II - Hádanky o penězích 31
Motorka z druhé ruky 34
Málo na účtu 37
Nemám drobné 40
Alovo kapesné 43
Urči si svůj plat 47

Část III - Hádanky o rychlosti 49
Dva cyklisté a moucha 52
Plovoucí klobouk 55
Cesta tam a zase zpátky 58
Letadlový paradox 60

Část IV - Planimetrické hádanky 63
Z rohu do rohu 66
Ind a kočka 68
Krájení koláče 70
Kam se ztratil čtverec? 74

ČÁST V - Hádanky z prostorové geometrie 77
Pod drátem 80
Třetí čára 82
Pomalované kostky 85
Basketbalový míč s puntíky 87

Část VI - Úlohy o hrách 89
Kruh z mincí 92
Liška a husa 95
Přejdi 98
Nim 103

ČÁST VII - Hrátky s pravděpodobností 107
Tři koruny 110
Desátý hod 113
Štěstí na krále 116
Kluci a holky 119

Část VIII - Topologické hádanky 121
Pět cihel 124
Venku, nebo uvnitř? 127

Dva uzly 131
Otáčení svetru 135

Část IX - Nezařazené hádanky 137
Pět tetromin 139
Dva kmeny 143
Na školu není čas 145
Jak dlouho se opéká toust 148
Tři kravaty 150

Část X - Záludné úlohy 151
Záludné úlohy 154
Řešení 161

ÚVOD

Když jsem hledal materiál pro tuto knížku, snažil jsem se vybírat hádanky nepříliš známé a současně zábavné. Takové, které vyžadují jen nejzákladnější znalosti matematiky, ale zároveň stimulují matematické myšlení.

Následující hádanky (mnohé z nich se už objevily v mé rubrice „On the Light Side“, která vycházela v časopisu *Science World*), jsou rozděleny do kapitol, v nichž se každá zabývá jinou částí matematiky. Krátký úvod na začátku každé kapitoly trochu napovídá o podstatě a významu té části matematiky, která má být využita při řešení úloh v dotyčné kapitole. V odpovědích na danou úlohu jsem se pokoušel zajít, pokud to prostor dovolil, do co možná největších podrobností. Chci vysvětlit způsob řešení problému a současně upozornit na některé nabízející se úvahy, které od problému vedou dál do oblastí bujné matematické džungle.

Možná při přemýšlení nad těmito hříčkami objevíte, že matematika je zábavnější, než jste očekávali, možná vás tato zkušenost přiměje se matematikou dále vážněji zabývat nebo vám usnadní rozhodnutí pro studium oborů, které vyžadují vyšší matematiku.

Dnes už jistě nikdo nepochybuje o nesmírném významu matematiky. Bez jejího užití v roli klíčového nástroje by objevy a úspěchy moderní vědy vůbec nebyly možné. Mnoho lidí si ale neuvědomuje, že matematici se ve skutečnosti matematikou také baví. Máte moje slovo, že oťukávat zajímavý problém pomocí dobře zacílených myšlenek uspokojuje úplně stejně jako srazit deset dřevěných kuželek bowlingovou koulí.

V jedné z nejzábavnějších fantazií, knize L. Franka Bauma *The Emerald City of Oz* (Smaragdové město Oz, pokračování známého *Čaroděje ze země Oz*), Dorothy společně s Čarodějem a svými strýcem a tetou navštíví město Fuddlecumjig v Quadlingu v zemi Oz. Jeho pozoruhodní obyvatelé Fuddleové se skládají z kousků

pomalovaného dřeva navzájem pospojovaných jako třírozměrné puzzle. Jakmile se k nim přiblíží návštěva, rozpadnou se na podlaze na hromadu samostatných dřívek, a návštěvníka pak čeká potěšení z toho, že je bude moci složit opět dohromady. Když Dorothy se společníky opouští město, poznamená teta Amy:

„Jistě to jsou zvláštní lidé, ale opravdu nechápu, jaký to všechno má vlastně smysl."

„Jak to, že nechápeš? Několik hodin jsme se přece mohli bavit," odpoví Čaroděj. „Jsem si jistý, že pro nás to smysl mělo."

„Myslím, že to bylo zábavnější, než kdybychom si vykládali pasiáns nebo hráli čáru," připojí se strýček Henry. „Pokud jde o mě, jsem rád, že jsme město navštívili."

Doufám, že budete odolávat silnému nutkání podívat se na řešení následujících hádanek předtím, než se sami pokusíte problém vyřešit. A rovněž doufám, že až dojdete na konec této sbírky, budete stejně jako strýček Henry rádi, že jste se do těchto hádanek pustili.

Martin Gardner

DVA CYKLISTÉ A MOUCHA

Dva kluci na kolech se rozjeli proti sobě z míst vzdálených od sebe 40 kilometrů. V momentě, kdy oba současně vyrazili, se moucha sedící na řídítkách jednoho z kol rozletěla přímo směrem k druhému cyklistovi. Jakmile tam doletěla, obrátila se a vystartovala zpátky. Takto létala sem a tam od řídítek k řídítkům, než se obě kola setkala.

Jestliže se obě kola pohybovala konstantní rychlostí 20 km za hodinu a moucha letěla konstantní rychlostí 30 km za hodinu, jako celkovou vzdálenost nalétala?

Řešení

Každé kolo jede rychlostí 20 km za hodinu, takže se setkají uprostřed čtyřicetikilometrové vzdálenosti přesně za hodinu. Moucha se pohybuje rychlostí 30 km v hodině, takže po hodině bude za sebou mít právě 30 kilometrů.

Mnoho lidí se úlohu pokouší řešit zbytečně složitě. Počítají délku letu mouchy mezi oběma

cyklisty v prvním kroku, pak délku zpáteční cesty a postupně přičítají délky jejích dalších a dalších kratších etap. To však vede ke sčítání takzvané nekonečné posloupnosti a obnáší komplikovanější vyšší matematiku.

Vypráví se, že maďarsko-americký matematik John von Neumann – před svou smrtí v roce 1957 byl snad největším matematikem na světě – byl na tento problém dotázán na nějakém večírku. Na chvíli se zamyslel a pak odpověděl správně. Člověka, který mu hádanku položil, to trochu vy-

vedlo z míry a vysvětloval von Neumannovi, že většinou lidé přehlédnou možnost jednoduchého řešení a použijí dlouhý proces součtu nekonečné posloupnosti.

Von Neumann byl překvapen: „Ale já jsem to řešil právě takhle."

POD DRÁTEM

Představte si, že se nacházíte v dokonale hladké kouli velké jako slunce. Těsně kolem rovníku je natažen ocelový drát.

Ke drátu se nyní přidá další 1 metr oceli a v důsledku toho se drát zvedne kolem dokola nad povrchem koule všude o stejnou vzdálenost. Bude toto nadzvednutí drátu dostatečné na to, abyste pod ním mohli

(1) protáhnout hrací kartu?
(2) protáhnout ruku?
(3) podstrčit tenisový míček?

Řešení

Zdá se to překvapující, ale ocelový drát se poté, co jej prodloužíte o 1 metr, nadzvedne nad celou koulí o přibližně 15 cm. A to jistě stačí i na podstrčení tenisového míčku.

Ve skutečnosti je výška, o kterou se drát zvedne nad povrch, stejná bez ohledu na to, jak je koule veliká. Snadno lze pochopit proč. Je-li drát nata-

žen těsně kolem koule, jde o obvod kruhu s poloměrem stejným, jako je poloměr koule. Víme, že obvod kruhu je roven průměru (což je dvojnásobek poloměru) násobeno pí. Pí má hodnotu o něco vyšší než 3. Pokud tedy zvětšíme obvod jakékoli kružnice o jeden metr, zvětšíme její průměr o něco méně než jednu třetinu metru. A to samozřejmě znamená, že poloměr se zvýší skoro o necelých 16 cm – o něco méně než o šestinu metru.

Jak ukazuje obrázek, zvětšení poloměru je výška, o kterou se drát zvedne nad povrch koule. Bude to těch asi 16 cm, bez ohledu na to, jedná-li se o kouli velkou jako slunce nebo jako pomeranč.

NIM

Uspořádejte devět mincí do tří řad tak, jak ukazuje obrázek. Hráči se střídají v odebírání jedné nebo více mincí s podmínkou, že všechny odebrané mince musejí vždy pocházet z jedné řady. Hráč například může vzít jednu minci z horní řady nebo všechny mince ze spodní řady. Ten, na koho zbude poslední mince, prohrává.

Jestliže první hráč udělá správně první tah a pokračuje v racionální strategii, vždy vyhraje. Zahájí-li

špatně, má racionální strategii vedoucí k jisté výhře k dispozici protihráč.

Dokážete odhalit první vítězný tah?

Řešení

Jediný způsob, jak si první hráč může zajistit výhru, je odebrat v prvním tahu tři mince ze spodní řady.

Každá hra, která nechá soupeři na tahu jedno z následujících uspořádání, je vyhraná:

1. Jedna mince v každé ze tří řad.
2. Dvě mince v každé ze dvou řad.
3. Tři mince v každé ze dvou řad.
4. Jedna mince v jedné řadě, dvě mince ve druhé, tři mince ve třetí.

Budete-li si pamatovat tato čtyři uspořádání, měli byste být schopni porazit nezkušeného hráče vždycky, zahajujete-li hru, a stejně tak i pokaždé, když začíná soupeř a udělá první tah chybně.

Tuto hru jménem Nim lze hrát s libovolným počtem mincí v jakémkoli počtu řad. Byla už dokonale proanalyzována za použití dvojkové soustavy.

Má se za to, že Nim je čínského původu, ale název dal hře v roce 1901 Charles Leonard Bouton, profesor matematiky na Harvardově univerzitě, který ji poprvé úplně zanalyzoval. „Nim“ je zastaralé anglické sloveso, které znamená ukrást nebo sebrat.